ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО

ПО ТЕХНИЧЕСКОМУ РЕГУЛИРОВАНИЮ И МЕТРОЛОГИИ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ СТАНДАРТ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ГОСТ Р 27.010— 2019 (МЭК 61703:2016)

Надежность в технике

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ БЕЗОТКАЗНОСТИ, ГОТОВНОСТИ, РЕМОНТОПРИГОДНОСТИ

(IEC 61703:2016, Mathematical expressions for reliability, availability, maintainability and maintenance support terms, MOD)

Издание официальное

Москва
Стандартинформ
2019

Предисловие

1 ПОДГОТОВЛЕН Закрытым акционерным обществом «Научно-исследовательский центр контроля и диагностики технических систем» (ЗАО «НИЦ КД») на основе собственного перевода на русский язык англоязычной версии стандарта, указанного в пункте 4

2 ВНЕСЕН Техническим комитетом по стандартизации ТК 119 «Надежность в технике»

3 УТВЕРЖДЕН И ВВЕДЕН В ДЕЙСТВИЕ Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 12 сентября 2019 г. № 673-ст

4 Настоящий стандарт является модифицированным по отношению к международному стандарту МЭК 61703:2016 «Математические выражения для показателей безотказности, готовности, ремонтопригодности и обеспеченности технического обслуживания и ремонта» (IEC 61703:2016 «Mathematical expressions for reliability, availability, maintainability and maintenance support terms», MOD) путем внесения технических отклонений, объяснение которых приведено во введении к настоящему стандарту.

Международный стандарт разработан Техническим комитетом по стандартизации ТК 56 Международной электротехнической комиссии (МЭК).

Наименование настоящего стандарта изменено относительно наименования указанного международного стандарта для приведения в соответствие с ГОСТ Р 1.5—2012 (пункт 3.5) Международной электротехнической комиссии (МЭК).

Сведения о соответствии ссылочных национальных стандартов международным стандартам, использованным в качестве ссылочных в примененном международном стандарте, приведены в дополнительном приложении ДА

5 ВВЕДЕН ВПЕРВЫЕ

Правила применения настоящего стандарта установлены в статье 26 Федерального закона от 29 июня 2015 г. № 162-ФЗ «О стандартизации в Российской Федерации». Информация об изменениях к настоящему стандарту публикуется в ежегодном (по состоянию на 1 января текущего года) информационном указателе «Национальные стандарты», а официальный текст изменений и поправок — в ежемесячном информационном указателе «Национальные стандарты». В случае пересмотра (замены) или отмены настоящего стандарта соответствующее уведомление будет опубликовано в ближайшем выпуске ежемесячного информационного указателя «Национальные стандарты». Соответствующая информация, уведомление и тексты размещаются также в информационной системе общего пользования — на официальном сайте Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии в сети Интернет (www.gost.ru)

Содержание

Введение

В действующем стандарте на термины в области надежности (*ГОСТ 27.002—2015*) установлены термины, определяющие понятия надежности и ее основных свойств, таких как безотказность, готовность, ремонтопригодность и т. п. Каждое из свойств надежности характеризуется своим набором показателей, некоторые из которых могут быть представлены в виде математических выражений. В стандарте установлены также выражения для показателей так называемой функциональной надежности, характеризующих возможность выполнения объектом установленной задачи.

Цель настоящего стандарта — обеспечение практического руководства по определению количественных значений упомянутых показателей. При необходимости дополнительных пояснений следует использовать источники, приведенные в библиографии.

В приложении А приведена схема взаимосвязи некоторых основных понятий показателей, связанных с ними случайных величин, соответствующих вероятностных описаний и преобразований.

В приложении В приведено описание показателей, связанных со временем возникновения отказа.

В приложении С приведено сопоставление некоторых показателей для непрерывно функционирующих объектов.

В библиографии приведены ссылки на математическое обоснование положений настоящего стандарта; в частности, приведенные в стандарте сведения основаны на [1]—[7], теория восстановления основана на [2]—[5], [8]—[11], а более совершенная обработка данных с учетом восстановления — на [12]—[17]. Более детальная информация о теории и применении марковских процессов приведена в [4], [8], [10], [11], [13], [15], [16].

В настоящем стандарте ссылки на международные стандарты заменены ссылками на национальные стандарты.

НАЦИОНАЛЬНЫЙ СТАНДАРТ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Надежность в технике

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ БЕЗОТКАЗНОСТИ, ГОТОВНОСТИ, РЕМОНТОПРИГОДНОСТИ

Dependability in technics. Mathematical expressions for reliability, availability, maintainability measures

Дата введения — 2019—12—01

1 Область применения

В настоящем стандарте установлены математические выражения для показателей безотказности, готовности и ремонтопригодности, а также для показателей, характеризующих выполнение установленной задачи. Кроме того, введены некоторые новые термины. Они связаны с аспектами классификации элементов системы (см. ниже).

В соответствии с определением *ГОСТ 27.001* надежность является свойством объекта сохранять во времени способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, при этом объектом может быть отдельная часть, компонент, функциональная единица, подсистема или система.

Для составления математических выражений в настоящем стандарте выделены объекты, рассматриваемые как единое целое (далее — элементы), и системы, состоящие из нескольких элементов. Это позволяет получить общие математические выражения как для систем, так и для элементов. Кроме того, элементы более подробно проанализированы в отношении аспектов их ремонта.

Следующие классы объектов рассмотрены отдельно:

- системы;
- элементы:
  - невосстанавливаемые,
  - восстанавливаемые:
    - с нулевым (или пренебрежимо малым) временем восстановления,
    - с ненулевым временем восстановления.

Для объяснения понятий надежности, которые могут быть трудными для понимания, в стандарте приведено по возможности наиболее полное обоснование, а математические выражения приведены в наиболее простом виде.

В настоящем стандарте для анализа показателей надежности использованы следующие основные математические модели:

- модели системы:
  - модели с изменением состояния,
  - марковские модели;
- модели элементов:
  - распределение случайной величины (наработки до отказа) для невосстанавливаемых объектов,
  - простой (обычный) альтернирующий процесс восстановления для восстанавливаемых объектов с ненулевым временем восстановления.

Применение каждого показателя надежности иллюстрировано на простых примерах.

Настоящий стандарт может быть применен к анализу надежности не только аппаратных средств, но и объектов, содержащих программное обеспечение.

Издание официальное

2 Нормативные ссылки

В настоящем стандарте использованы нормативные ссылки на следующие стандарты:

ГОСТ 27.002 Надежность в технике. Термины и определения

ГОСТ 27.302 Надежность в технике. Анализ дерева неисправностей

ГОСТ Р 51901.14 Менеджмент риска. Структурная схема надежности и булевы методы

ГОСТ Р ИСО 3534-1 Статистические методы. Словарь и условные обозначения. Часть 1. Общие статистические термины и термины, используемые в теории вероятностей

ГОСТ Р МЭК 61165 Надежность в технике. Применение марковских методов

ГОСТ Р МЭК 61508-1 Функциональная безопасность систем электрических, электронных, программируемых электронных, связанных с безопасностью. Часть 1. Общие требования

ГОСТ Р МЭК 61508-2 Функциональная безопасность систем электрических, электронных, программируемых электронных, связанных с безопасностью. Часть 2. Требования к системам

ГОСТ Р МЭК 61508-3 Функциональная безопасность систем электрических, электронных, программируемых электронных, связанных с безопасностью. Часть 3. Требования к программному обеспечению

ГОСТ Р МЭК 61508-4 Функциональная безопасность систем электрических, электронных, программируемых электронных, связанных с безопасностью. Часть 4. Термины и определения

ГОСТ Р МЭК 61508-5 Функциональная безопасность систем электрических, электронных, программируемых электронных, связанных с безопасностью. Часть 5. Рекомендации по применению методов определения уровней полноты безопасности

ГОСТ Р МЭК 61508-6 Функциональная безопасность систем электрических, электронных, программируемых электронных, связанных с безопасностью. Часть 6. Руководство по применению ГОСТ Р МЭК 61508-2 и ГОСТ Р МЭК 61508-3

ГОСТ Р МЭК 61508-7 Функциональная безопасность систем электрических, электронных, программируемых электронных, связанных с безопасностью. Часть 7. Методы и средства

ГОСТ Р МЭК 61511-1 Безопасность функциональная. Системы безопасности приборные для промышленных процессов. Часть 1. Термины, определения и технические требования

ГОСТ Р МЭК 61511-2 Безопасность функциональная. Системы безопасности приборные для промышленных процессов. Часть 2. Руководство по применению МЭК 61511-1

ГОСТ Р МЭК 61511-3 Безопасность функциональная. Системы безопасности приборные для промышленных процессов. Часть 3. Руководство по определению требуемых уровней полноты безопасности

Примечание — При пользовании настоящим стандартом целесообразно проверить действие ссылочных стандартов в информационной системе общего пользования — на официальном сайте Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии в сети Интернет или по ежегодному информационному указателю «Национальные стандарты», который опубликован по состоянию на 1 января текущего года, и по выпускам ежемесячного информационного указателя «Национальные стандарты» за текущий год. Если заменен ссылочный стандарт, на который дана недатированная ссылка, то рекомендуется использовать действующую версию этого стандарта с учетом всех внесенных в данную версию изменений. Если заменен ссылочный стандарт, на который дана датированная ссылка, то рекомендуется использовать версию этого стандарта с указанным выше годом утверждения (принятия). Если после утверждения настоящего стандарта в ссылочный стандарт, на который дана датированная ссылка, внесено изменение, затрагивающее положение, на которое дана ссылка, то это положение рекомендуется применять без учета данного изменения. Если ссылочный стандарт отменен без замены, то положение, в котором дана ссылка на него, рекомендуется применять в части, не затрагивающей эту ссылку.

3 Термины и определения

В настоящем стандарте применены термины по *ГОСТ 27.002*, *ГОСТ Р ИСО 3534-1* и [18], а также следующие термины с соответствующими определениями:

3.1 **мгновенный параметр потока восстановлений** (instantaneous restoration intensity), **параметр потока восстановлений** (restoration intensity), **частота восстановлений** (restoration frequency) $v(t)$: Предел (если он существует) отношения среднего количества восстановлений объекта за период времени $[t, t + \Delta t]$ к Δt, когда Δt стремится к нулю, при условии, что в момент времени $t = 0$ объект находится в работоспособном состоянии (как новый):

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{E\left[N_R(t + \Delta t) - N_R(t) \text{ объект как новый при } t = 0\right]}{\Delta t},$$

где $N_R(t)$ — количество восстановлений за период времени $[0, t]$;

E — знак математического ожидания.

Примечания

1 Различие между параметром потока восстановлений и интенсивностью ремонта обусловлено следующим: в момент времени $t = 0$ для параметра потока восстановлений объект находится в работоспособном состоянии (как новый), а для интенсивности ремонта ремонт начинается в момент времени $t = 0$. С математической точки зрения параметр потока восстановлений аналогичен безусловному параметру потока отказов (см. 3.8).

2 Единицей измерений мгновенного параметра потока восстановлений является единица времени в степени минус 1.

3.2 **мгновенная интенсивность ремонта** (instantaneous repair rate), **интенсивность ремонта** (repair rate) **$\mu(t)$:** Предел (если он существует) отношения условной вероятности того, что ремонт завершен в период времени $[t, t + \Delta t]$ к Δt, когда Δt стремится к нулю, при условии, что ремонт начался в момент времени $t = 0$ и не был завершен до момента времени t.

Примечание — Различие между параметром потока восстановлений и интенсивностью ремонта обусловлено следующим: в момент времени $t = 0$ для параметра потока восстановлений объект находится в работоспособном состоянии (как новый), а для интенсивности ремонта ремонт начинается в момент времени $t = 0$. С математической точки зрения выражения для интенсивности ремонта аналогичны выражениям для интенсивности отказов (см. 3.6).

3.3 **среднее время между отказами, METBF** (mean time between failures, METBF): Математическое ожидание времени, проходящего между последовательными отказами.

Примечание — Определение изменено для обеспечения отличий от средней наработки между отказами (MTBF или MOTBF).

3.4 **функция распределения продолжительности работоспособного состояния (интегральная)** (up-time distribution function): Функция, устанавливающая для каждого значения t вероятность того, что продолжительность работоспособного состояния меньше или равна t.

Примечания

1 Если продолжительность работоспособного состояния строго положительна и является непрерывной случайной величиной, то $F_U(0) = 0$ и

$$F_U(t) = 1 - \exp\left(-\int_0^t \lambda_U(x)dx\right),$$

где $\lambda_U(t)$ — мгновенная интенсивность потери работоспособности.

2 Функция распределения продолжительности работоспособного состояния является основным распределением, применимым как для COI (объект непрерывного длительного применения), так и для IOI (объект многократного циклического применения). Для COI $F_U(t) = F(t)$.

3 Если продолжительность работоспособного состояния подчиняется экспоненциальному распределению, то

$$F_U(t) = 1 - \exp(-t/\mathrm{MUT}).$$

где MUT — средняя продолжительность работоспособного состояния.

В этом случае величину, обратную к MUT, обозначают λ_U и $\lambda_U = 1/\mathrm{MUT}$.

3.5 **мгновенная интенсивность потери работоспособности, интенсивность потери работоспособности** $\lambda_U(t)$ (instantaneous up-time hazard rate function, up-time hazard rate function $\lambda_U(t)$): Предел (если он существует) отношения условной вероятности того, что время пребывания в работоспособном состоянии закончится в течение периода времени $[t, t + \Delta t]$ к Δt, когда Δt стремится к нулю, при условии, что в момент времени $t = 0$ объект находился в работоспособном состоянии и не выходил из него до момента времени t.

Примечания

1 Мгновенная интенсивность потери работоспособности:

$$\lambda_U(t) = \lim_{\Delta t \to 0+} \frac{1}{\Delta t} \frac{F_U(t+\Delta t) - F_U(t)}{1 - F_U(t)} = \frac{f_U(t)}{1 - F_U(t)},$$

где $F_U(t)$ — функция распределения продолжительности работоспособного состояния,

$f_U(t)$ — плотность распределения продолжительности работоспособного состояния.

2 Для COI и IOI — $\lambda_U(t)$ — интенсивность потери работоспособности. Для COI $\lambda_U(t) = \lambda(t)$ (см. 3.6).

3 Если продолжительность работоспособного состояния подчиняется экспоненциальному распределению, то мгновенная интенсивность потери работоспособности является постоянной во времени и ее обозначают λ_U.

4 Единицей измерений мгновенной интенсивности потери работоспособности является единица времени в степени минус 1.

3.6 **мгновенная интенсивность отказов, интенсивность отказов**[1] $\lambda(t)$ (instantaneous failure rate, failure rate $\lambda(t)$): Предел (если он существует) отношения условной вероятности того, что отказ объекта возникнет в течение периода времени $[t, t + \Delta t]$ к Δt, когда Δt стремится к нулю, при условии, что отказ не произошел в течение периода времени $[0, t]$.

Примечания

1 Мгновенная интенсивность отказов имеет вид:

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \to 0+} \frac{1}{\Delta t} \frac{F(t+\Delta t) - F(t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{R(t)},$$

где $F(t)$ и $f(t)$ — функция распределения и плотность распределения наработки до отказа, а $R(t)$ — вероятность безотказной работы $R(t) = R(0, t)$.

2 Определение относится ко всем видам объектов, т. е. к системам и элементам, восстанавливаемым и невосстанавливаемым объектам.

3 Мгновенная интенсивность отказов является интенсивностью потери работоспособности для COI. В этом случае $\lambda(t) = \lambda_U(t)$ (см. 3.5).

4 Если $\Delta t \to 0+$, интенсивность отказов является условной вероятностью в единицу времени того, что объект отказывает в период времени от t до $t + \Delta t$, при условии, что объект находится в работоспособном состоянии в течение всего периода времени $[0, t]$. Обычно предполагается, что в момент времени $t = 0$ объект совсем как новый.

5 Мгновенная интенсивность отказов может также быть представлена в следующем виде:

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \to 0+} \frac{E\left[N(t+\Delta t) - N(t) \middle| \text{работоспособное состояние в течение периода времени} [0,\ t]\right]}{\Delta t},$$

где $N(t)$ — количество отказов в течение периода времени $[0, t]$, где E — знак математического ожидания.

Эта форма определения допускает сравнение интенсивности отказов с условным параметром потока отказов и безусловным параметром потока отказов.

3.7 **условный параметр потока отказов, интенсивность отказов Веселя** $\lambda_v(t)$ (conditional failure intensity, Vesely failure rate $\lambda_v(t)$): Предел (если он существует) отношения среднего количества отказов восстанавливаемого объекта за период времени $[t, t + \Delta t]$ к Δt, когда Δt стремится к нулю, при условии, что объект находится в работоспособном состоянии в момент времени t и совсем как новый в момент времени $t = 0$.

Примечания

1 Мгновенный параметр потока отказов имеет вид:

$$\lambda_V(t) = \lim_{\Delta t \to 0+} \frac{E\left[N(t+\Delta t) - N(t) \middle| \text{работоспособное состояние в момент времени } t \text{ и совсем как новый в момент времени } t = 0\right]}{\Delta t},$$

где $N(t)$ — количество отказов за период времени $[0, t]$, где E — знак математического ожидания.

2 Если $\Delta t \to 0+$, условный параметр потока отказов представляет собой вероятность в единицу времени того, что объект отказывает в течение периода времени от t до $t + dt$, при условии, что объект находится в указанном состоянии в момент времени t и совсем как новый при $t = 0$. В особых случаях (быстрое восстановление отказов) этот показатель обеспечивает хорошее приближение интенсивности отказов. Этот параметр (см. [19]) также называют интенсивностью отказов Веселя.

3 В соответствии с определениями $\lambda_V(t)$ и $z(t)$ связаны соотношением $\lambda_V(t) = z(t)/A(t)$, где $A(t)$ — мгновенный коэффициент готовности объекта в момент времени t.

3.8 **безусловный параметр потока отказов** (unconditional failure intensity), **мгновенный параметр потока отказов** (instantaneous failure intensity) **параметр потока отказов**[1] (failure intensity), **частота отказов** (failure frequency) $\boldsymbol{z(t)}$: Предел (если он существует) отношения среднего количества отказов восстанавливаемого объекта за период времени $[t, t + \Delta t]$ к Δt, когда Δt стремится к нулю, при условии, что объект совсем как новый в момент времени $t = 0$.

Примечания

1 Для мгновенного параметра потока отказов справедливо выражение:

$$z(t) = \lim_{\Delta t \to 0+} \frac{E\left[N(t+\Delta t) - N(t) \middle| \text{совсем как новый при } t = 0\right]}{\Delta t},$$

где $N(t)$ — количество отказов за период времени $[0, t]$; E — знак математического ожидания; при условии, что объект совсем как новый в момент времени $t = 0$.

2 Безусловный параметр потока отказов — это также в соответствии с [18] параметр потока отказов. Иногда его обозначают ROCOF (интенсивность возникновения отказов).

3 Если $\Delta t \to 0+$, безусловный параметр потока отказов представляет собой вероятность в единицу времени того, что объект отказывает в период времени от t до $t + dt$, при условии, что объект находится в работоспособном

[1] См. также ГОСТ 27.002.

состоянии в момент времени $t = 0$. Здесь объект может быть в любом состоянии в момент времени t, поэтому использовано прилагательное «безусловный».

4 В соответствии с определениями $\lambda_V(t)$ и $z(t)$ связаны соотношением $z(t) = A(t)\lambda_V(t)$, где $A(t)$ — мгновенный коэффициент готовности в момент времени t.

3.9 **объект непрерывного длительного применения[1] COI** (continuously operating item, COI): Объект, у которого наработка равна времени пребывания объекта в деблокированном[2] состоянии.

3.10 **объект многократного циклического применения[2] IOI** (intermittently operating item, IOI): Объект, у которого наработка меньше времени пребывания объекта в деблокированном состоянии.

Примечание — В этом случае продолжительность деблокированного состояния объекта представляет собой сумму продолжительности состояний функционирования, планового простоя и резерва.

4 Обозначения и сокращения

4.1 Общие положения

Обозначения и сокращения, приведенные в данном разделе, широко используют на практике, они являются рекомендуемыми, но не обязательными. Для обеспечения непротиворечивости системы обозначений в настоящем стандарте использованы обозначения, которые могут отличаться от обозначений, использованных в ссылочных документах.

4.2 Сокращения

В настоящем стандарте применены следующие сокращения[3]:

COI — объект непрерывного длительного применения;

IOI — объект многократного циклического применения;

MACMT — средняя продолжительность корректирующего технического обслуживания и ремонта, т. е. математическое ожидание продолжительности выполнения действий корректирующего технического обслуживания и ремонта по устранению произошедшего отказа;

$\widehat{\mathrm{MACMT}}$ — точечная оценка средней продолжительности корректирующего технического обслуживания и ремонта;

MAD — средняя продолжительность административных простоев;

$\widehat{\mathrm{MAD}}$ — точечная оценка средней продолжительности административных простоев;

$\mathrm{MADT}(t_1, t_2)$ — средняя накопленная продолжительность неработоспособного состояния за период времени $[t_1, t_2]$;

$\widehat{\mathrm{MADT}}(t_1, t_2)$ — точечная оценка средней накопленной продолжительности неработоспособного состояния за период времени $[t_1, t_2]$;

$\mathrm{MAUT}(t_1, t_2)$ — средняя накопленная продолжительность работоспособного состояния за период времени $[t_1, t_2]$;

$\widehat{\mathrm{MAUT}}(t_1, t_2)$ — точечная оценка средней накопленной продолжительности работоспособного состояния за период времени $[t_1, t_2]$;

MDT — средняя продолжительность неработоспособного состояния;

$\widehat{\mathrm{MDT}}$ — точечная оценка средней продолжительности неработоспособного состояния;

METBF — среднее время между отказами;

MFDT — средняя продолжительность обнаружения отказа, т. е. математическое ожидание продолжительности обнаружения отказа;

MLD — средняя продолжительность логистических простоев;

$\widehat{\mathrm{MLD}}$ — точечная оценка средней продолжительности логистических простоев;

MMAT — средняя продолжительность технического обслуживания и ремонта, т. е. математическое ожидание продолжительности выполнения технического обслуживания и ремонта;

MRT — средняя продолжительность ремонта;

[1] См. также ГОСТ 27.003.

[2] Деблокированное состояние — состояние, в котором объект включен (задействован).

[3] В дополнение к приведенным аббревиатурам на некоторых рисунках использованы также сокращения Рс — работоспособное состояние и Нс — неработоспособное состояние.

$\widehat{\mathrm{MRT}}$ — точечная оценка средней продолжительности ремонта;
MOTBF — средняя наработка между отказами;
MTD — средняя продолжительность технических простоев, т. е. математическое ожидание продолжительности технических простоев;
MTTF — средняя наработка до отказа;
$\widehat{\mathrm{MTTF}}$ — точечная оценка средней наработки до отказа;
MTTR — среднее время восстановления;
$\widehat{\mathrm{MTTR}}$ — точечная оценка среднего времени восстановления;
MUT — средняя продолжительность работоспособного состояния;
$\widehat{\mathrm{MUT}}$ — точечная оценка средней продолжительности работоспособного состояния;
RT_i — наблюдаемая продолжительность ремонта i-го объекта;
TTF_i — наработка до i-го отказа объекта;
VRT — дисперсия продолжительности ремонта, $\mathrm{VRT} = Var[\varsigma] = E[\varsigma^2] - \mathrm{MRT}^2$, где ς — случайная величина, представляющая собой продолжительность ремонта; *Var* — знак дисперсии; *E* — знак математического ожидания.

4.3 Обозначения

В настоящем стандарте применены следующие обозначения:
$[t_1, t_2]$ — интервал (период) времени, где t_1 — нижняя граница интервала; t_2 — верхняя граница интервала ($t_1 < t_2$);
$Ast_i(t_1, t_2)$ — средняя накопленная продолжительность пребывания в i-м состоянии за период времени $[t_1, t_2]$;
A — асимптотический коэффициент готовности;
$A(t)$ — мгновенный коэффициент готовности (коэффициент готовности), т. е. вероятность того, что объект находится в работоспособном состоянии в момент времени t;
$\bar{A}(t_1, t_2)$ — средний коэффициент готовности за период времени $[t_1, t_2]$;
$\bar{A}$ — асимптотический средний коэффициент готовности;
$\hat{\bar{A}}(t_1, t_2)$ — точечная оценка среднего коэффициента готовности за период времени $[t_1, t_2]$;
Δt — небольшое строго положительное приращение времени $\Delta t > 0$;
$\mathrm{d}t$ — бесконечно малое строго положительное приращение времени (т. е. Δt, стремящееся к нулю);
$E[.]$ — знак математического ожидания;
$F_{\mathrm{U}}(t)$ — функция распределения продолжительности работоспособного состояния;
$F(t)$ — функция распределения наработки до отказа;
$f_{\mathrm{U}}(t)$ — распределения продолжительности работоспособного состояния.

Примечание — Для COI $f_{\mathrm{U}}(t) = f(t)$;

$f(t)$ — плотность распределения наработки до отказа;
$\hat{f}(t)$ — точечная оценка плотности распределения наработки до отказа в момент времени t;
$f_{\mathrm{R+U}}(t)$ — плотность распределения суммы времени восстановления и следующей продолжительности работоспособного состояния;
$G(t)$ — функция распределения продолжительности ремонта;
$G_{\mathrm{ACM}}(t)$ — функция распределения продолжительности корректирующего технического обслуживания и ремонта;
$G_{\mathrm{R}}(t)$ — функция распределения времени восстановления;
$g(t)$ — плотность распределения продолжительности ремонта;
$\hat{g}(t)$ — точечная оценка плотности распределения продолжительности ремонта в момент времени t;
$g_{\mathrm{ACM}}(t)$ — плотность распределения продолжительности корректирующего технического обслуживания и ремонта;
$g_{\mathrm{AD}}(t)$ — плотность распределения продолжительности административных простоев;
$g_{\mathrm{D}}(t)$ — плотность распределения продолжительности неработоспособного состояния;
$g_{\mathrm{LD}}(t)$ — плотность распределения продолжительности логистических простоев;

$g_{MA}(t)$ — плотность распределения продолжительности выполнения заданных действий технического обслуживания и ремонта;

$g_R(t)$ — плотность распределения времени восстановления;

$h_{CTTF}^{(n)}(t)$ — плотность распределения календарного времени до n-го отказа $n \geq 1$;

K_A, K_S, K_i — номинальные производственные возможности, относящиеся к объекту А, системе S или состоянию i;

$K(t)$ — мгновенные производственные возможности, относящиеся к системе;

k — количество ремонтов за установленный период времени;

k_{ACM} — количество корректирующих технических обслуживаний и ремонтов за установленный период наблюдений;

k_{AD} — количество административных простоев за установленный период наблюдений;

k_D — количество простоев за установленный период наблюдений;

k_F — количество отказов за установленный период наблюдений;

k_{LD} — количество логистических простоев за установленный период наблюдений;

k_O — количество отказов при функционировании объекта за установленный период наблюдений;

k_R — количество восстановлений за установленный период наблюдений;

k_U — количество работоспособных состояний за установленный период наблюдений;

λ — постоянная интенсивность отказов, т. е. величина, обратная к средней наработке до отказа (MTTF), когда наработка до отказа подчиняется экспоненциальному распределению;

$\lambda(t)$ — мгновенная интенсивность отказов;

$\lambda(\infty)$ — асимптотическая интенсивность отказов;

$\hat{\lambda}$ — точечная оценка постоянной интенсивности отказов;

$\hat{\lambda}(t)$ — точечная оценка мгновенной интенсивности отказов в момент времени t;

$\overline{\lambda}(t_1, t_2)$ — средняя интенсивность отказов за период времени $[t_1, t_2]$;

λ_U — постоянная интенсивность потери работоспособности, т. е. величина, обратная к средней продолжительности работоспособного состояния, когда продолжительность работоспособного состояния (MUT) подчиняется экспоненциальному распределению.

Примечание — Для COI $\lambda_U = \lambda$;

$\lambda_U(t)$ — интенсивность потери работоспособности.

Примечание — Для COI $\lambda_U(t) = \lambda(t)$;

$\lambda_V(t)$ — условный параметр потока отказов (интенсивность отказов Веселя);

$\lambda_V(\infty)$ — асимптотический условный параметр потока отказов (асимптотическая интенсивность отказов Веселя);

$M(t)$ — вероятность восстановления, т. е. вероятность завершения технических операций и организационных мероприятий технического обслуживания и ремонта в момент времени t: $M(t) = M(t_1, t_2)$ для $t_1 = 0$ и $t_2 = t$;

$\widehat{M}(t)$ — точечная оценка вероятности восстановления в момент времени t;

$M(t_1, t_2)$ — вероятность восстановления за период времени $[t_1, t_2]$;

m — количество технических обслуживаний и ремонтов;

$m_{MAT}(t)$ — количество технических обслуживаний и ремонтов с продолжительностью более t ($m_{MAT}(0) = m$);

μ — постоянная интенсивность ремонта, т. е. величина, обратная к средней продолжительности ремонта (MRT), когда продолжительность ремонта подчиняется экспоненциальному распределению;

$\mu(t)$ — мгновенная интенсивность ремонта;

$\hat{\mu}(t)$ — точечная оценка мгновенной интенсивности ремонта в момент времени t;

μ_{ACM} — величина, обратная к средней продолжительности корректирующего технического обслуживания и ремонта (MACMT), когда продолжительность корректирующего технического обслуживания и ремонта подчиняется экспоненциальному распределению;

μ_{AD} — величина, обратная к средней продолжительности административных простоев (MAD), когда продолжительность административных простоев подчиняется экспоненциальному распределению;

μ_D — величина, обратная к средней продолжительности неработоспособного состояния (MDT), когда продолжительность неработоспособного состояния подчиняется экспоненциальному распределению;

μ_{LD} — величина, обратная к средней продолжительности логистических простоев (MLD), когда продолжительность логистических простоев подчиняется экспоненциальному распределению;

μ_{MA} — постоянная интенсивность завершения технического обслуживания и ремонта, т. е. величина, обратная к средней продолжительности технического обслуживания и ремонта (MACMT), когда продолжительность технического обслуживания и ремонта подчиняется экспоненциальному распределению;

μ_R — постоянная интенсивность восстановления, т. е. величина, обратная к среднему времени восстановления (MTTR), когда время восстановления подчиняется экспоненциальному распределению;

$N(t)$ — количество отказов за период времени $[0, t]$;

$N_R(t)$ — количество восстановлений за период времени $[0, t]$;

n — количество объектов в совокупности;

$n_D\{t\}$, $n_D(t)$ — количество объектов в неработоспособном состоянии в момент времени t;

$n_F(t, t + \Delta t)$ — количество отказов за период времени $[t, t + \Delta t]$, который включает периоды как работоспособного, так и неработоспособного состояния;

$n_F(t_1, t_2)$ — количество отказов за период времени $[t_1, t_2]$, который включает периоды как работоспособного, так и неработоспособного состояния;

$n_R(t)$ — количество восстанавливаемых объектов, ремонт которых в момент времени t продолжается ($n_R(0) = n$);

$n_R(t + \Delta t) - n_R(t)$ — количество объектов, ремонт которых закончен в период времени $[t, t + \Delta t]$;

$n_S(t)$ — количество невосстанавливаемых объектов, которые функционируют в момент времени t ($n_S(0) = n$);

$n_S(t_1, t_2)$ — количество объектов, которые функционировали в момент времени t_1 и работали без отказов в течение интервала времени $[t_1, t_2]$;

$n_S(t + \Delta t) - n_S(t)$ — количество объектов, отказавших в течение интервала времени $[t, t + \Delta t]$;

$n_U(t)$ — количество объектов в работоспособном состоянии в момент времени t;

$v(t)$ — мгновенный параметр потока восстановлений;

$P(.)$ — вероятность (точка обозначает любое соответствующее событие или случайную величину);

$P_i(t)$, $P_i^{(av)}(t)$, $P_i^{(rel)}(t)$ — вероятность состояния i в моделях изменения состояния, вероятность состояния i марковской диаграммы анализа готовности (см. 6.1.2.1), вероятность состояния i для марковской диаграммы анализа безотказности (см. 6.1.3.1);

$Prod(t)$ — мгновенная производительность в момент времени t;

$\overline{Prod}(t_1, t_2)$ — средняя производственная готовность за период времени $[t_1, t_2]$;

$R(t)$ — вероятность безотказной работы, т. е. вероятность отсутствия отказов до момента времени t. $R(t) = R(t_1, t_2)$ для $t_1 = 0$ и $t_2 = t$;

$\hat{R}(t)$ — точечная оценка вероятности безотказной работы в момент времени t;

$R(t_1, t_2)$ — вероятность безотказной работы за период времени $[t_1, t_2]$;

$\hat{R}(t_1, t_2)$ — точечная оценка вероятности безотказной работы за период времени $[t_1, t_2]$;

$R(t, t + x|t)$ — условная вероятность безотказной работы за период времени $[t, t + x]$, при условии, что объект находится в работоспособном состоянии в момент времени t;

ρ — производительность в единицу времени;

t — момент времени;

T — момент времени или продолжительность периода времени в зависимости от контекста;

$\overline{Tbf}(t)$ — среднее время между последовательными отказами в течение периода времени $[0, t]$;

τ — момент времени или интервал времени в зависимости от контекста;

U — асимптотический коэффициент неготовности;

$U(t)$ — мгновенный коэффициент неготовности (функция неготовности);

$\bar{U}(t_1, t_2)$ — средний коэффициент неготовности за период времени $[t_1, t_2]$;

$\bar{U}$ — асимптотический средний коэффициент неготовности;
$\bar{\bar{U}}(t_1, t_2)$ — точечная оценка среднего коэффициента неготовности за период времени $[t_1, t_2]$;
$V(t_1, t_2)$ — среднее количество восстановлений за период времени $[t_1, t_2]$;
$Z(t)$ — среднее количество отказов за период времени $[0, t]$, $Z(t) = E[N(t)]$, где E — знак математического ожидания;
$z(t)$ — мгновенный параметр потока отказов (частота отказа);
$z(\infty)$ — асимптотический параметр потока отказов;
$\bar{z}(t)$ — точечная оценка мгновенного параметра потока отказов в момент времени t;
$\bar{z}(t_1, t_2)$ — среднее значение параметра потока отказов за период времени $[t_1, t_2]$;
$\bar{\bar{z}}(t_1, t_2)$ — точечная оценка среднего параметра потока отказов за период времени $[t_1, t_2]$.

5 Общие модели и предположения

5.1 Составляющие продолжительности работоспособного и неработоспособного состояний

Для использования математических выражений, приведенных в настоящем стандарте, важно понимать, что представляют собой продолжительность работоспособного состояния и продолжительность неработоспособного состояния. Продолжительность работоспособного состояния и продолжительность неработоспособного состояния можно разделить на составляющие. Они показаны на рисунках 1 и 2, которые также поясняют определения средних значений для некоторых из составляющих.

На рисунках 1 и 2 показаны составляющие продолжительности работоспособного состояния и продолжительности неработоспособного состояния, рассмотренные в настоящем стандарте. (Продолжительность выполнения профилактического технического обслуживания и продолжительность внешнего отключения не рассмотрены.) На рисунках 1 и 2 использованы аббревиатуры для средних значений, использованные в настоящем стандарте.

<table>
<tr><td colspan="3">Продолжительность работоспособного состояния</td></tr>
<tr><td colspan="3">Продолжительность деблокированного состояния</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Наработка</td><td colspan="2">Продолжительность нерабочего состояния</td></tr>
<tr><td>Продолжительность планового простоя</td><td>Продолжительность пребывания в резерве</td></tr>
<tr><td colspan="3">MUT</td></tr>
</table>

Рисунок 1 — Составляющие продолжительности работоспособного состояния

<table>
<tr><td colspan="7">Продолжительность неработоспособного состояния</td></tr>
<tr><td colspan="7">Продолжительность нерабочего состояния</td></tr>
<tr><td colspan="7">Время восстановления</td></tr>
<tr><td colspan="5">Продолжительность корректирующего технического обслуживания и ремонта</td><td rowspan="4">Продолжительность обнаружения отказа</td><td rowspan="4">Продолжительность административных простоев</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Продолжительность логистических простоев</td><td colspan="4">Продолжительность действий корректирующего технического обслуживания и ремонта</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Продолжительность технических простоев</td><td colspan="3">Время ремонта</td></tr>
<tr><td>Продолжительность локализации отказа</td><td>Продолжительность устранения отказа</td><td>Продолжительность контроля функционирования</td></tr>
<tr><td rowspan="2">MLD</td><td>MTD</td><td colspan="3">MRT</td><td rowspan="2">MFDT</td><td rowspan="2">MAD</td></tr>
<tr><td colspan="4">MACMT</td></tr>
<tr><td colspan="7">MTTR</td></tr>
<tr><td colspan="7">MDT</td></tr>
</table>

Рисунок 2 — Составляющие продолжительности неработоспособного состояния (см. также [1])

Существует несколько сокращений, связанных с отказами объекта, возникающими в процессе его функционирования. Они приведены на рисунке 3.

Невосстанавливаемый объект			
Наработка до первого отказа	Наработка до отказа	Наработка между отказами	Время между отказами
MTTFF	MTTF	MOTBF/MTBF	METBF
Восстанавливаемый объект			

Рисунок 3 — Аббревиатуры, связанные с отказами

Примечание — В литературе по надежности сокращение MTBF часто используют для обозначения среднего времени между отказами. В последнее время это сокращение используют для обозначения средней наработки между отказами. Поэтому, чтобы избежать путаницы, в настоящем стандарте для обозначения среднего времени между отказами использована аббревиатура METBF (см. 3.3).

5.2 Введение

В настоящем стандарте выделены объекты, рассматриваемые как единое целое (элемент), и объекты, состоящие из нескольких элементов (система). В настоящем стандарте рассмотрены следующие виды объектов:

- система;
- элемент:
  - невосстанавливаемый объект,
  - восстанавливаемый объект:
    - объект с нулевым временем восстановления[1],
    - объект с ненулевым временем восстановления.

Примечания

1 Термин «объект» использован в настоящем стандарте по отношению к системам и элементам.

2 Термин «невосстанавливаемый объект» охватывает объекты, которые являются или невосстанавливаемыми, или восстанавливаемыми, но их восстановление в случае отказа не предусмотрено.

Для обеспечения полноты стандарта и простоты математических формул в стандарте использованы следующие основные математические модели:

- модели изменения состояния для систем;
- процессы восстановления для элементов.

Общий способ моделирования объекта состоит в идентификации его различных состояний и анализе переходов объекта из состояния в состояние с течением времени: это может быть сделано при использовании моделей изменения состояния. Такие модели полезны при разработке математических выражений для различных показателей надежности. Если не сделаны никакие предположения относительно вероятностных распределений, эти модели могут быть разработаны только для отдельных и простых случаев с использованием методов аналитического вывода. В противном случае следует использовать методы моделирования Монте-Карло. Поэтому для систем, а также для элементов часто выдвигают гипотезы о постоянстве интенсивности переходов при использовании марковских моделей, которые хорошо известны и для которых существуют мощные аналитические алгоритмы.

Для элементов в предположении, что у них существует только два состояния, могут быть выведены общие формулы для некоторых показателей надежности в случае непостоянной интенсивности перехода (см. 6.2, 6.3 и 6.4):

- невосстанавливаемые элементы — это самая простая математическая модель, поскольку в ней использована только одна случайная величина: наработка до отказа объекта. Наработка позволяет определить вероятность безотказной работы $R(t)$, мгновенную интенсивность отказов $\lambda(t)$, а также интенсивность потери работоспособности опасности на основе распределения наработки до отказа или ее среднего MTTF, которое является также средней наработкой до первого отказа MTTFF;

1) В соответствии с [1] время восстановления — интервал времени с м омента возникновения отказа до восстановления объекта. Если момент возникновения отказа неизвестен, отсчет времени восстановления начинают с момента обнаружения отказа.

- восстанавливаемые элементы: базовая модель — простой процесс восстановления, когда временем восстановления объекта можно пренебречь, или простой альтернируемый процесс восстановления, при котором время восстановления объекта является ненулевым. В последнем случае объект поочередно пребывает в работоспособном и неработоспособном состояниях, в дополнение к общим показателям надежности для такого объекта широко используют параметр потока отказов, который в этом случае равен плотности восстановлений.

Чтобы избежать неправильного использования математических выражений, что может привести к ошибочным результатам, следует учитывать предположения, приведенные в 5.4 и 5.5.

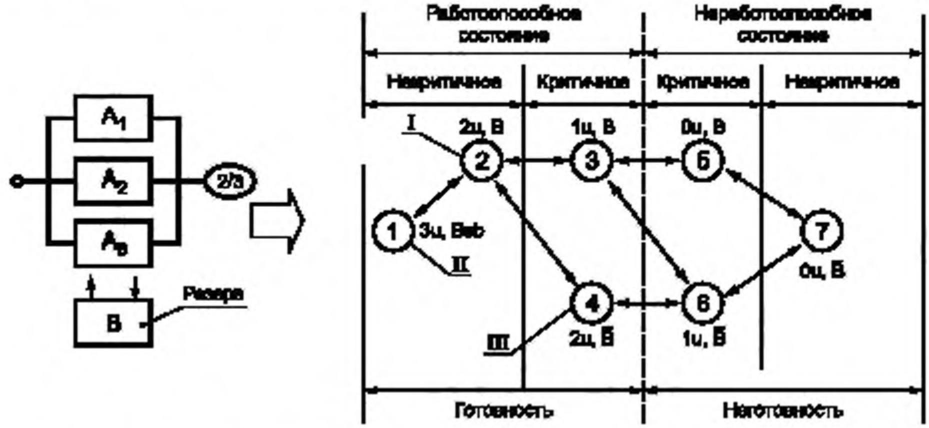
Для лучшего понимания некоторые определения повторены в различных частях настоящего стандарта.

5.3 Принцип изменения состояния

Простым способом представления основных понятий надежности является анализ состояния объекта (элемента или системы) в процессе его изменения от работоспособного до неработоспособного состояния.

Это может быть сделано при использовании диаграммы состояний, такой как представленная в правой части рисунка 4. Она соответствует системе, структурная схема надежности которой (см. *ГОСТ Р 51901.14*) представлена в левой части рисунка 4. Система состоит из трех аналогичных блоков (A_i), объединенных в структуру «два из трех (2/3)», и блока В в резерве, который немедленно начинает функционировать вместо первого из блоков A_j, состояние которого изменилось на неработоспособное. Предполагается, что переключение между A_i и *B* происходит мгновенно и безотказно.

Поскольку блоки (A_j) аналогичны, при построении диаграммы состояний, представленной в правой части рисунка 4, их состояния могут быть объединены. Диаграмма включает семь состояний, изображенных кружками, и шестнадцать переходов, представленных стрелками. Например, состояние 3 объединяет три аналогичных состояния (A_1 и В — в работоспособном состоянии, а другие блоки — в неработоспособном состоянии, A_2 и В — в работоспособном состоянии, а другие блоки — в неработоспособном состоянии, A_3 и В — в работоспособном состоянии, а другие блоки — в неработоспособном состоянии), а линия со стрелками на обоих концах между состояниями 2 и 3 означает, что у системы могут быть переходы из состояния 2 в состояние 3 и наоборот (из состояния 3 в состояние 2).



I — два блока А в работоспособном состоянии; блок В — в работоспособном состоянии; II — три блока А в работоспособном состоянии; блок В — в резерве. III — два блока А в работоспособном состоянии; блок В — в неработоспособном состоянии

Рисунок 4 — Простая диаграмма состояний

Этой диаграммы состояний достаточно, чтобы идентифицировать и классифицировать состояния, которые необходимы для определения и понимания показателей надежности (коэффициент готовности, вероятность безотказной работы, интенсивность отказов, параметр потока отказов, плотность распределения наработки до отказа).

Состояния могут быть сгруппированы в два основных класса, которые могут быть разделены на два подкласса.

- класс работоспособных состояний системы: состояния 1, 2, 3 и 4 (когда, по крайней мере, два блока находятся в работоспособном состоянии). Этот класс подразделяют:

- на класс некритичных работоспособных состояний: состояния 1 и 2, которые отделены от класса неработоспособных состояний больше чем одним переходом;

- класс критичных работоспособных состояний: состояния 3 и 4, которые отделены от класса неработоспособных состояний только одним переходом;

- класс неработоспособных состояний системы: состояния 5, 6 и 7 (когда менее двух блоков находится в работоспособном состоянии). Этот класс подразделяют:

- на класс некритичных неработоспособных состояний: состояние 7, которое отделено от класса работоспособных состояний более чем одним переходом;

- класс критичных неработоспособных состояний: состояния 5 и 6, которые отделены от класса работоспособных состояний только одним переходом.

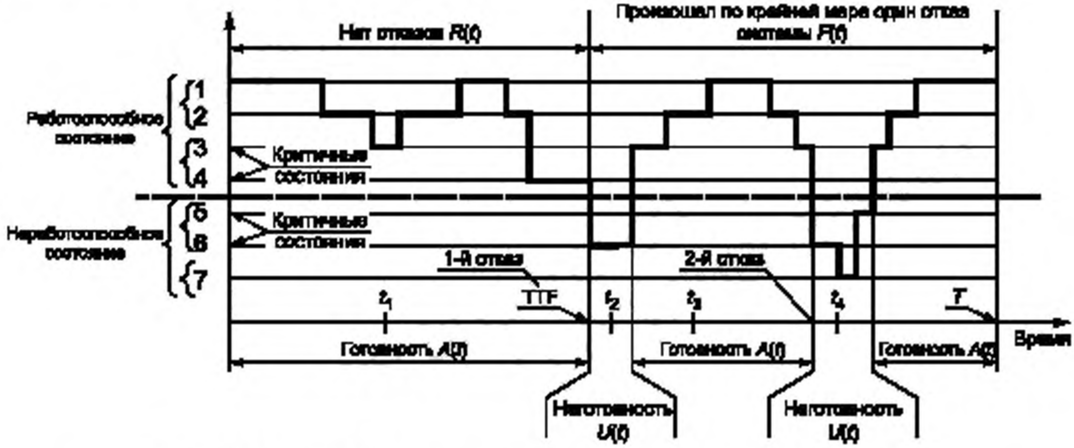


Рисунок 5 — Хронограмма, соответствующая системе, представленной на рисунке 4

Если переходы между состояниями происходят случайным образом (например, в соответствии с возникновением отказов и восстановлением различных блоков), изменение состояний системы представляет собой стохастический процесс. Пример реализации такого стохастического процесса (т. е. траектория процесса при работе системы) за период времени [0, T] представлен на рисунке 5:

- система находится в работоспособном состоянии в моменты времени t_1, t_3 или T;

- система находится в неработоспособном состоянии в моменты времени t_2 или t_4;

- система непрерывно находится в работоспособном состоянии и функционирует до первого отказа в момент времени TTF (наработка до отказа).

Этот пример охватывает все комбинации состояний, которые можно встретить на практике.

5.4 Модель и предположения для невосстанавливаемого элемента

Модель применима как к самостоятельным элементам, так и к элементам, которые являются частью системы. Это самый простой пример, который может быть построен на основе рисунка 5, поскольку только два состояния могут быть рассмотрены (см. рисунки 6 и 7).

В любой момент времени невосстанавливаемый элемент может находиться в одном из следующих состояний:

- работоспособное состояние, в котором может произойти отказ (в результате объект переходит в неработоспособное состояние) в момент времени τ (наработка до отказа);

- неработоспособное состояние, возникающее в результате отказа, из которого объект не выходит.

Таким образом, в этом простом случае работоспособное состояние является также критичным работоспособным состоянием, а неработоспособное состояние — некритичным неработоспособным состоянием, поскольку ремонт объекта невозможен. Изменение состояния такого объекта показано на рисунке 7.

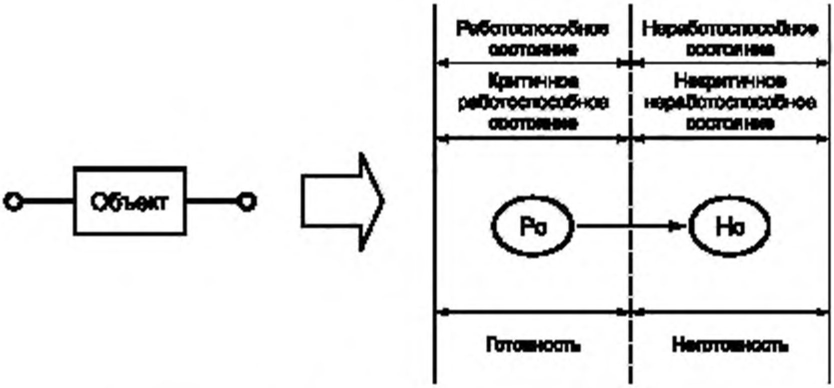


Рисунок 6 — Диаграмма состояний невосстанавливаемого элемента

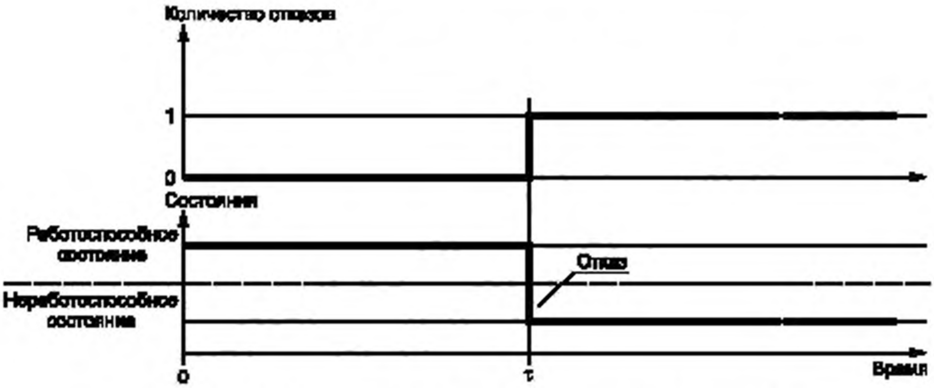


Рисунок 7 — Хронограмма для невосстанавливаемого элемента

Количество наблюдаемых отказов в данном случае может быть 0 или 1, а количество ремонтов равно 0.

Если не установлено иначе, предположения, используемые для выведения математических формул, состоят в следующем:

- если объект находится в работоспособном состоянии, предполагается, что он работает непрерывно.

Примечание — Математические выражения, соответствующие предположениям, приведенным в 5.4, не всегда справедливы для IOI;

- в момент времени $t = 0$ объект находится в работоспособном состоянии и совсем как новый. Скрытые отказы не рассматриваются, наличие скрытых отказов может сделать некоторые математические выражения несправедливыми;
- профилактическое техническое обслуживание или другие плановые действия, которые влияют на способность объекта выполнять необходимые функции, не рассматриваются;
- наработка до отказа является положительной и непрерывной случайной величиной с плотностью распределения и конечным математическим ожиданием.

5.5 Модель для восстанавливаемого элемента

5.5.1 Предположения для восстанавливаемого элемента

Если иначе не установлено, при выводе математических формул использованы следующие предположения:

а) В момент времени $t = 0$ объект находится в работоспособном состоянии и совсем как новый. Поэтому $R(0) = A(0) = 1$. Скрытые отказы не рассматривают;

b) Если объект находится в работоспособном состоянии, предполагается, что он работает непрерывно;

c) Последовательные продолжительности работоспособного состояния объекта являются статистически независимыми, тождественно распределенными, положительными, непрерывными случайными величинами с общей плотностью распределения и конечным математическим ожиданием;

d) В случае ненулевых значений последовательные продолжительности неработоспособного состояния объекта статистически независимы и являются тождественно распределенными, положительными, непрерывными случайными величинами с общей плотностью распределения и конечным математическим ожиданием;

e) Продолжительности работоспособного состояния и продолжительности неработоспособного состояния статистически независимы;

f) Профилактическое техническое обслуживание или другие запланированные действия, которые восстанавливают объект, неспособный к выполнению необходимой функции, не рассматриваются;

g) Если иначе не установлено, другие случайные величины (например, наработка до отказа, продолжительность ремонта, продолжительность логистического простоя), рассмотренные в стандарте, являются положительными непрерывными случайными величинами с плотностью распределения и конечными математическими ожиданиями.

Таким образом:

- любой переход из работоспособного состояния в неработоспособное состояние является отказом;
- любой переход из неработоспособного состояния в работоспособное состояние представляет собой восстановление;
- любое неработоспособное состояние является следствием отказа, и, следовательно, продолжительность неработоспособного состояния равна времени восстановления;
- после каждого восстановления элемент становится совсем как новый.

Примечания

1 В соответствии с последним предположением все математические выражения для показателей надежности, касающихся наработки до отказа невосстанавливаемого элемента, могут быть применены также к каждой наработке до отказа непрерывно функционирующего восстанавливаемого элемента.

2 Компоненты системы после восстановления совсем как новые, но система в целом становится совсем как новая только в случае, когда восстановлены все отказавшие компоненты.

5.5.2 Мгновенный ремонт

Данная модель применима только к отдельным элементам, а также к элементам, которые являются частью системы и не зависят друг от друга. Простой пример может быть получен на основе рисунка 5. Здесь также существуют только два состояния, которые необходимо рассмотреть (см. рисунки 8 и 9), но неработоспособное состояние имеет нулевую продолжительность, поскольку ремонт является мгновенным.

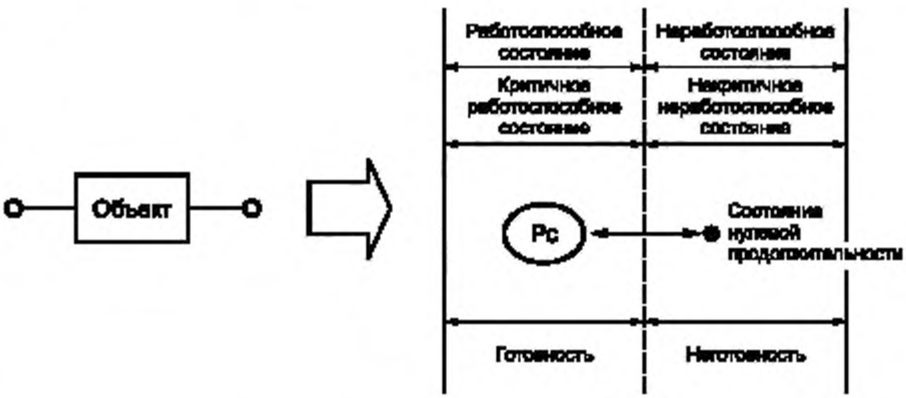


Рисунок 8 — Диаграмма изменения состояния восстанавливаемого элемента с мгновенным ремонтом

В каждый момент времени восстанавливаемый объект находится в одном из следующих состояний:

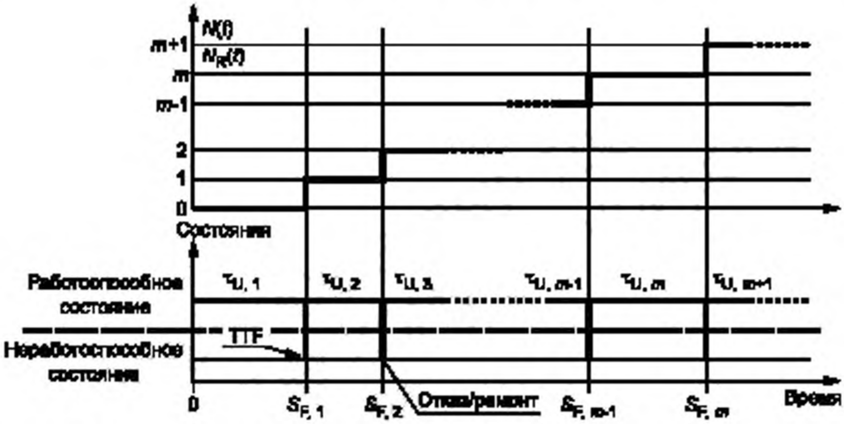
- работоспособное состояние, в котором объект может отказать (т. е. перейти в неработоспособное состояние). На рисунке 9 $S_{F,1}$, $S_{F,2}$, $S_{F,3}$ являются моментами отказа;
- неработоспособное состояние, в котором объект мгновенно восстанавливают (т. е. объект переходит в работоспособное состояние). На рисунке 9 $S_{F,1}$, $S_{F,2}$, $S_{F,3}$ являются также моментами ремонта.

Изменение состояния такого объекта показано на рисунке 9. Если объект после ремонта совсем как новый, его состояние может быть описано простым процессом восстановления.

В любой момент времени восстанавливаемый объект находится в работоспособном состоянии, т. е. в состоянии готовности. Поэтому данная модель полезна главным образом для определения количества отказов за заданный период времени (см. рисунок 9).

При использовании данного подхода (без учета времени восстановления) периоды времени, приведенные на рисунке 9, включают только наработки, эта модель позволяет определить количество отказов за данную суммарную наработку.

Если данный подход используют в ситуации, когда время восстановления является небольшим по сравнению с наработкой до отказа, то время, приведенное на рисунке 9, является календарным временем и охватывает как наработку, так и время восстановления. Полученная оценка наработки до отказа является завышенной для наблюдаемого количества отказов.



$N(t)$ — количество отказов за период времени $[0, t]$; $N_R(t)$ — количество восстановлений за период времени $[0, t]$, $S_{F,1}$, $S_{F,2}$, $S_{F,3}$ — последовательность моментов отказа; $\tau_{U,1}$, $\tau_{U,2}$, $\tau_{U,3}$ — последовательность продолжительностей работоспособного состояния.

Рисунок 9 — Пример изменения состояний восстанавливаемого элемента с нулевым временем восстановления

5.5.3 Ненулевая продолжительность ремонта

Данный случай аналогичен рассмотренному в 5.5.2, за исключением того, что неработоспособное состояние сохраняется в течение некоторого времени, поскольку ремонт не является мгновенным (см. рисунки 10 и 11).

В каждый момент времени восстанавливаемый элемент находится в одном из следующих состояний:

- работоспособное состояние, в котором объект может отказать (т. е. перейти в неработоспособное состояние). На рисунке 11 $S_{F,1}$, $S_{F,2}$, $S_{F,3}$ являются моментами отказа;
- неработоспособное состояние, в котором объект может быть восстановлен (т. е. перейти в работоспособное состояние). На рисунке 11 $S_{R,1}$, $S_{R,2}$, $S_{R,3}$ являются моментами ремонта.

Изменение состояний такого объекта показано на рисунке 11. Если после ремонта объект совсем как новый, изменение его состояния может быть описано простым альтернирующим процессом восстановления.

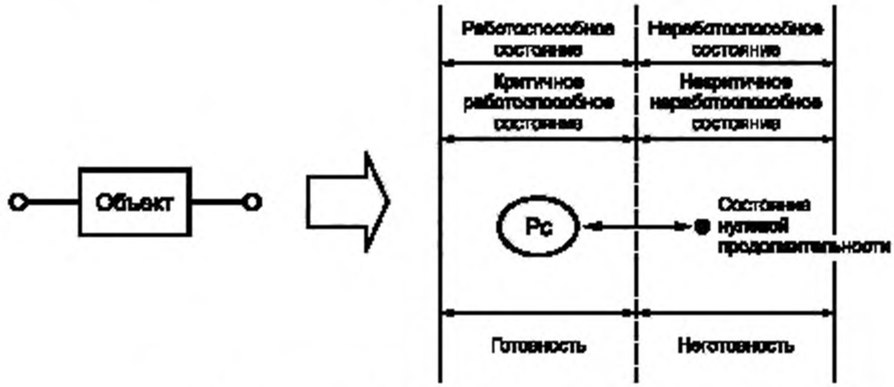
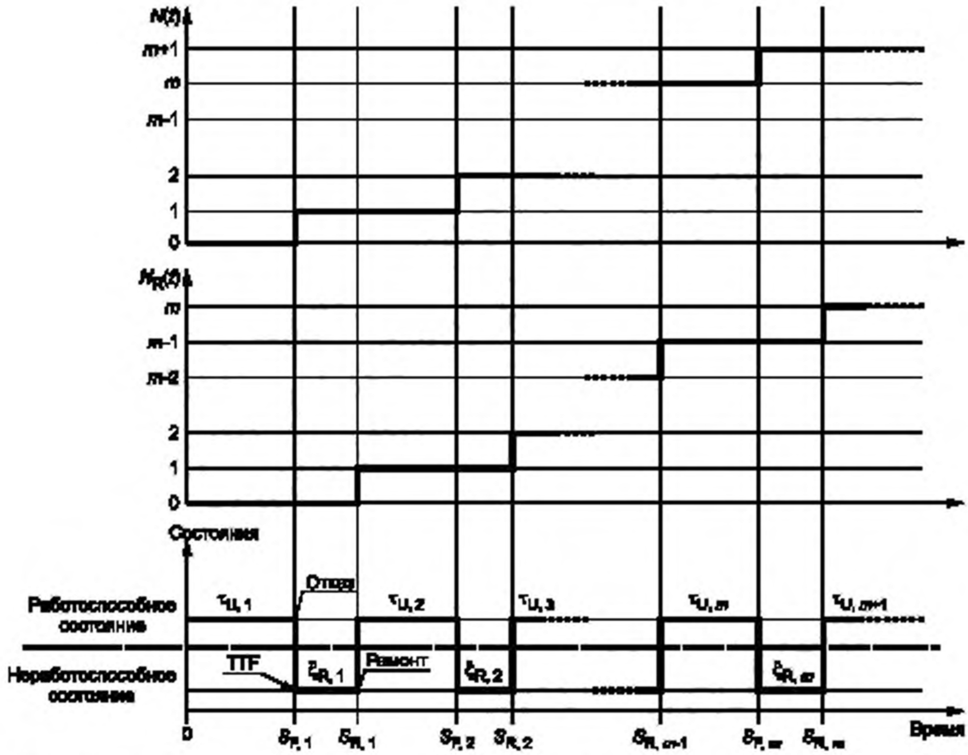


Рисунок 10 — Диаграмма состояний восстанавливаемого элемента

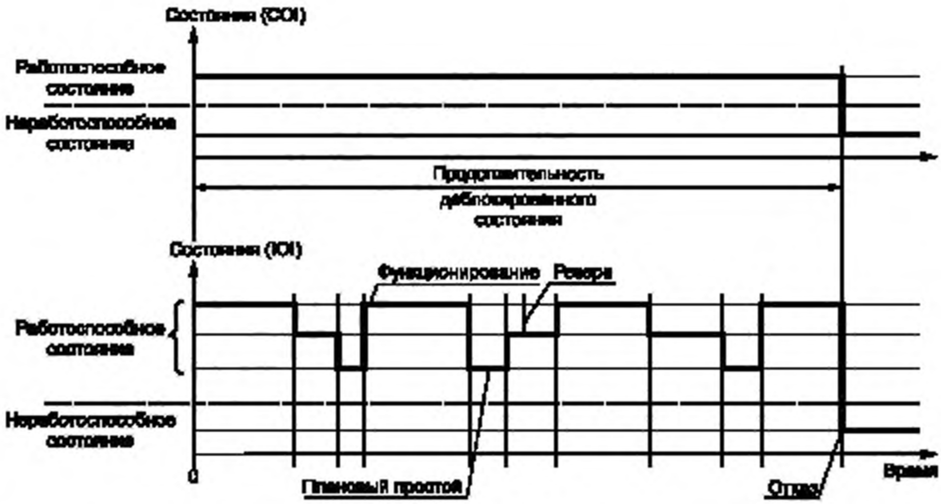


$N(t)$ — количество отказов за период времени $[0, t]$; $N_R(t)$ — количество восстановлений за период времени $[0, t]$; $S_{F,1}$, $S_{F,2}$, $S_{F,3}$ — последовательность моментов отказа; $\tau_{U,1}$, $\tau_{U,2}$, $\tau_{U,3}$ — последовательность продолжительностей работоспособного состояния; $\xi_{R,1}$, $\xi_{R,2}$, $\xi_{R,3}$ — последовательность времен восстановления.

Рисунок 11 — Пример изменения состояния восстанавливаемого элемента с ненулевым временем восстановления

5.6 Элемент непрерывного длительного применения (COI) и многократного циклического применения (IOI)

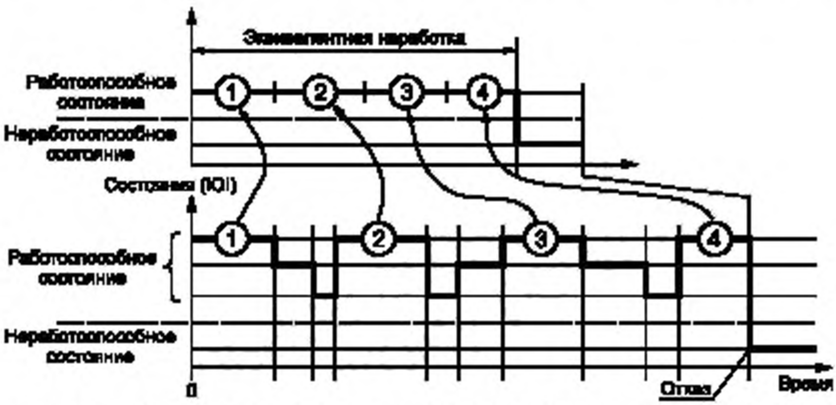
Для объектов непрерывного длительного применения (COI) работоспособное состояние является состоянием функционирования; таким образом, продолжительность работоспособного состояния равна наработке. Для объекта многократного циклического применения (IOI) класс работоспособных состояний включает несколько видов состояний, например рабочее состояние, состояние планового простоя и состояние резерва[1)] (см. рисунок 12).



Примечание — Для COI время деблокированного состояния равно наработке; для IOI время деблокированного состояния равно сумме наработки и продолжительности планового простоя и продолжительности пребывания в резерве (продолжительность резервирования).

Рисунок 12 — Сопоставление времени деблокированного состояния для COI и IOI

Выражения для показателей надежности для восстанавливаемого объекта непрерывного длительного применения могут быть неверны для IOI. Однако, если предполагается, что объект не может отказать (т. е. перейти в неработоспособное состояние), пока он не функционирует, выражения остаются справедливыми при условии использования эквивалентной наработки, как показано на рисунке 13. Если объект отказывает в другом состоянии (например, в состоянии планового простоя или резервирования), необходимо рассмотреть общие стохастические процессы, как показано на рисунке 5.



Примечание — Подобная эквивалентность справедлива только при условии, что объект не может отказать в состоянии резервирования или планового простоя.

Рисунок 13 — Эквивалентная наработка для объектов IOI

[1)] Объект является резервным и не функционирует. Время пребывания в таком состоянии — время резервирования.

6 Математические модели и выражения

6.1 Система

6.1.1 Общие положения

Диаграмма состояний, приведенная на рисунке 14, использована для пояснения терминов. Система состоит из двух резервированных восстанавливаемых компонентов А и В. Система имеет только четыре состояния: три работоспособных состояния, из которых два критичные, и единственное критичное неработоспособное состояние. Этой простой системы достаточно для иллюстрации понятий коэффициентов готовности и неготовности, вероятности отказа и безотказной работы, интенсивности отказов, плотности распределения условных и безусловных параметров потока отказов.

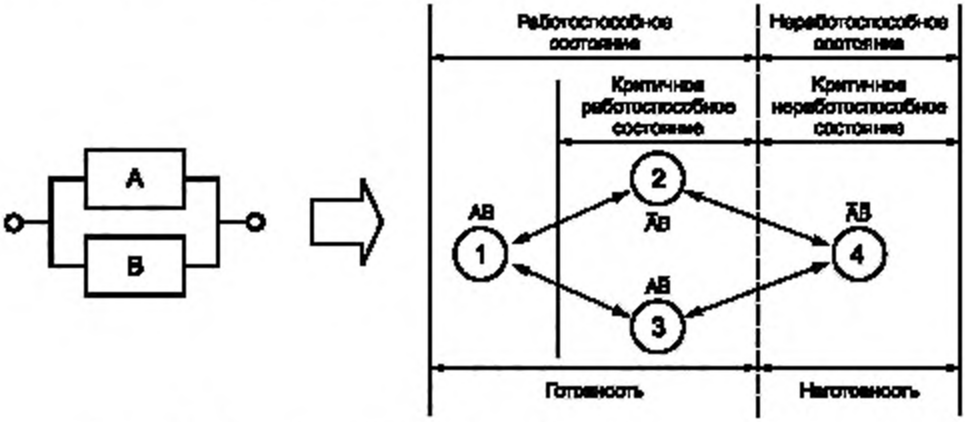


Рисунок 14 — Диаграмма состояний для простой системы с нагруженным резервом

В данной диаграмме состояний не сделаны предположения о правилах перехода, позволяющих системе перейти в момент времени t из состояния i в другое состояние j. В общем случае это зависит от состояний i и j, а также от продолжительности состояния i до перехода и способа достижения состояния i. Поэтому, кроме отдельных случаев, не существует простых аналитических выражений для показателей готовности, следует применять метод моделирования Монте-Карло.

Часто интенсивности отказов и ремонтов компонент можно считать постоянными, диаграмма состояний тогда принимает вид марковской диаграммы (*ГОСТ Р МЭК 61165*), допускающей аналитические выражения. В этом случае правила перехода из состояния i в состояние j описаны постоянными интенсивностями перехода, которые зависят только от состояний i и j. Тогда, если компонентам А и В в вышеупомянутом примере соответствуют постоянные интенсивности отказов (λ_a, λ_b) и ремонтов (μ_a, μ_b), рисунок 14 может быть представлен в виде марковской диаграммы, приведенной на рисунке 15.

Данную марковскую диаграмму используют для вывода математических выражений, применимых, если справедливы предположения марковской модели. Алгоритмы доступны для вычисления вероятности различных состояний. На рисунке 16 показано типичное изменение вероятностей состояний во времени. Приведенные кривые соответствуют следующим параметрам: λ_a = 2(года)$^{-1}$ λ_b = 3(года)$^{-1}$и μ_a= μ_b = 10(лет)$^{-1}$.

Интенсивность отказов выбрана высокой, а интенсивность ремонтов — относительно низкой; это приводит к довольно низкому коэффициенту готовности, но позволяет четко визуализировать переходный период до достижения асимптотических значений.

6.1.2 Выражения, относящиеся к коэффициенту готовности

6.1.2.1 Мгновенный коэффициент готовности и мгновенный коэффициент неготовности

В соответствии с определением мгновенный коэффициент готовности $A(t)$ является вероятностью того, что в данный момент времени t объект находится в состоянии, обеспечивающем его функционирование в соответствии с установленными требованиями.

В соответствии с определением работоспособное состояние — это состояние, в котором объект способен функционировать в соответствии с установленными требованиями.

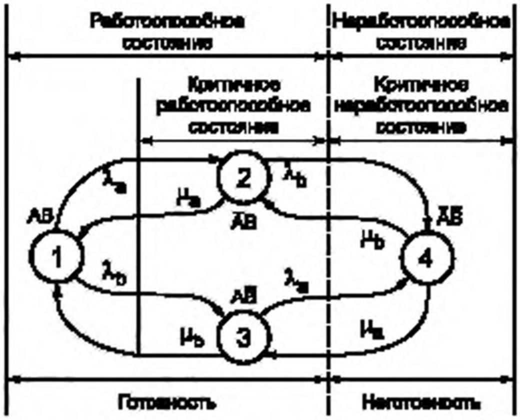


Рисунок 15 — Марковская диаграмма для простой системы с нагруженным резервом

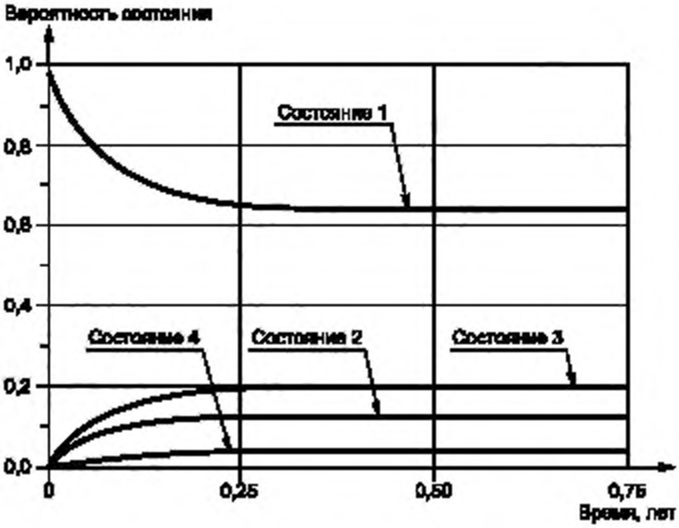


Рисунок 16 — График зависимости от времени вероятности состояний для марковской модели, представленной на рисунке 15

Поэтому мгновенный коэффициент готовности $A(t)$ — вероятность того, что объект находится в работоспособном состоянии в момент времени t:

$A(t) = P(t)$, где $P(t)$ — вероятность работоспособного состояния в момент времени t.

Аналогично мгновенный коэффициент неготовности $U(t)$ является вероятностью того, что объект находится в неработоспособном состоянии в момент времени t:

$$\mathrm{U}(t) = P\,(\text{неработоспособное состояние в момент времени } t);$$

$$A(t) = 1 - \mathrm{U}(t).$$

В соответствии с диаграммой состояний (рисунок 14) или марковской диаграммой (рисунок 15) мгновенный коэффициент готовности и мгновенный коэффициент неготовности исследуемого объекта имеют вид:

$$A(t) = P_1(t) + P_2(t) + P_3(t);$$

$$U(t) = P_4(t).$$

Графики $A(t)$ и $U(t)$ показаны на рисунке 17 для значений вероятностей состояний, приведенных на рисунке 16.

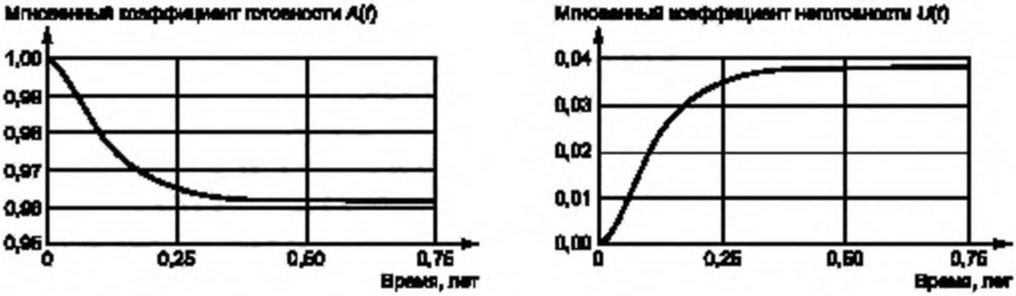


Рисунок 17 — График зависимости от времени $A(t)$ и $U(t)$ для марковской модели, представленной на рисунке 15

Примечание — Марковская диаграмма, приведенная на рисунке 15, позволяет вычислять коэффициент готовности системы. Чтобы подчеркнуть это свойство, такую марковскую диаграмму называют «марковской диаграммой готовности».

6.1.2.2 Асимптотические коэффициенты готовности и неготовности

Асимптотический коэффициент готовности A является пределом, если он существует, мгновенного коэффициента готовности при $t \to \infty$

$$A = \lim_{t \to \infty} A(t).$$

Аналогично асимптотический коэффициент неготовности имеет вид:

$$U = \lim_{t \to \infty} U(t).$$

Асимптотические значения существуют в марковском случае, потому что вероятности $P_i(t)$ состояний достигают асимптотических значений P_i (см., например, рисунок 16). Если стационарное состояние достигнуто (см. примечание), асимптотические вероятности представляют собой доли продолжительности соответствующих состояний объекта. Это позволяет также вычислять средние коэффициенты готовности и неготовности (см. рисунок 17).

Примечание — Стационарное состояние не характеризует состояние объекта, но характеризует состояние основного процесса, который становится стационарным. Такое стационарное состояние существует, если при увеличении времени достигается статистическое равновесие, когда вероятность перехода объекта в данное состояние становится равной вероятности выхода объекта из этого состояния. В этом случае вероятность данного состояния достигает стационарного значения (т. е. асимптотического значения). Термин «стационарное состояние объекта» использован для обозначения того, что процесс, описывающий изменение состояния объекта, находится в стационарном состоянии. Для получения более детальной информации о стационарных марковских процессах см. *ГОСТ Р МЭК 61165*.

6.1.2.3 Средний коэффициент готовности и средний коэффициент неготовности

6.1.2.3.1 Общие формулы для средних коэффициентов готовности и неготовности

Средний коэффициент готовности $\overline{A}(t_1, t_2)$ за период времени $[t_1, t_2]$ вычисляют путем интегрирования мгновенной готовности (t) по интервалу времени $[t_1, t_2]$:

$$\overline{A}(t_1,t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} A(t)dt.$$

Среднюю готовность можно также вычислить как продолжительность работоспособного состояния объекта i за период времени $[t_1, t_2]$:

$$Ast_i(t_1,t_2) = \int_{t_1}^{t_2} P_i(t)dt.$$

Поэтому для среднего коэффициента готовности используют следующую формулу:

$$\overline{A}(t_1,t_2)=\frac{\sum\limits_{i\in Pc} Ast_i(t_1,\ t_2)}{t_2-t_1}.$$

Таким же образом средний коэффициент неготовности $\overline{U}(t_1,\ t_2)$ имеет вид:

$$\overline{U}(t_1,\ t_2)=\frac{1}{t_2-t_1}\int\limits_{t_1}^{t_2} U(t)\mathrm{d}t=\frac{\sum\limits_{j\in Hc} Ast_j(t_1,\ t_2)}{t_2-t_1}.$$

П р и м е ч а н и е — Средний коэффициент неготовности обозначают PFD_{avg} (средняя вероятность опасного отказа по запросу), это обозначение используют в области функциональной безопасности инструментальных систем безопасности (например, в стандартах серии *ГОСТ Р МЭК 61508* и серии *ГОСТ Р МЭК 61511*).

Для диаграммы состояний (см. рисунок 14) или марковской диаграммы (см. рисунок 15) средний коэффициент готовности и средний коэффициент неготовности моделируемого объекта имеют вид:

$$\overline{A}(t_1,\ t_2)=\frac{Ast_1(t_1,\ t_2)+Ast_2(t_1,\ t_2)+Ast_3(t_1,\ t_2)}{t_2-t_1};$$

$$\overline{U}(t_1,\ t_2)=\frac{Ast_4(t_1,\ t_2)}{t_2-t_1}.$$

Существуют алгоритмы вычисления суммарной продолжительности заданного состояния для марковской модели. Это показано на рисунке 18.

Рисунок 18 — График зависимости от времени $Ast_i(t_1,\ t_2)$ для марковской модели, представленной на рисунке 15

Средняя суммарная продолжительность различных состояний объекта может быть определена на основе данных эксплуатации объекта. Поэтому оценки средних коэффициентов готовности и неготовности могут быть определены по статистике. Это обеспечивает связь между математическими выводами и фактически наблюдаемыми данными.

6.1.2.3.2 Асимптотические средние коэффициенты готовности и неготовности

Если стационарное состояние существует, $A(t)$ имеет асимптотическое значение A, а $U(t)$ — асимптотическое значение U. Это следует из элементарных вычислений (см. [20] и примечание ниже), в этом случае асимптотические значения являются средними значениями за период времени $[t_1,\ t_2]$, когда $t_2 \to \infty$. Таким образом, асимптотический средний коэффициент готовности имеет вид

$$\overline{A}\overset{\mathrm{def}}{=}\lim_{t_2\to\infty}\overline{A}(t_1,\ t_2)=\lim_{t_2\to\infty}\frac{1}{t_2-t_1}\int\limits_{t_1}^{t_2} A(t)\mathrm{d}t=A.$$

Так как $t_2 > t_1$, приведенная формула также справедлива для интервала времени $[t_1,\ t_2]$, когда $t_1 \to \infty$, поскольку в этом случае t_2 также стремится к ∞. Поэтому это справедливо для периода времени $[t_1,\ t_2 \to \infty]$, где стационарное состояние установилось в момент времени t_2 (например, большой период времени $[0,\ t_2 \to \infty]$), и также для периода времени $[t_1 \to \infty,\ t_2]$, где стационарное состояние установилось в момент времени t_1 (например, небольшой период $[t_1 \to \infty,\ t_1 + x]$).

Средний коэффициент готовности для таких случаев имеет вид:

$$\lim_{t_1 \to \infty} \overline{A}(t_1, t_2) = \lim_{t_2 \to \infty} \overline{A}(t_1, t_2) = \overline{A} = A$$

и аналогично:

$$\lim_{t_1 \to \infty} \overline{U}(t_1, t_2) = \lim_{t_2 \to \infty} \overline{U}(t_1, t_2) = \overline{U} = U .$$

Примечание — На языке математики асимптотическое значение A и стационарное состояние достигнуты, когда $t \to \infty$, но во многих практических ситуациях $A(t)$ довольно быстро приближается к A с достаточной точностью. Например, для марковских моделей, где все компоненты имеют MTTR намного меньше, чем MTTF, асимптотическое значение и стационарное состояние обычно бывают достигнуты за время в два или три раза больше наибольшего MTTR компонентов системы.

Относительно диаграммы состояний (см. рисунок 14) или марковской диаграммы (см. рисунок 15), если стационарное состояние существует, коэффициент готовности стационарного состояния и мгновенный коэффициент неготовности моделируемого объекта имеют вид.

$$A = P_1 + P_2 + P_3,$$

$$U = P_4.$$

Эти асимптотические значения показаны на рисунке 17.

На данном этапе можно найти связь между асимптотическими значениями, средней продолжительностью работоспособного состояния (MUT) и средней продолжительностью неработоспособного состояния (MDT). Если стационарное состояние существует, асимптотический коэффициент готовности и асимптотический средний коэффициент готовности имеют вид (см. [4] и [8]):

$$\overline{A} = A = \frac{\text{MUT}}{\text{MUT} + \text{MDT}}.$$

Аналогично асимптотический коэффициент неготовности и асимптотический средний коэффициент неготовности имеют вид:

$$\overline{U} = U = \frac{\text{MDT}}{\text{MUT} + \text{MDT}}.$$

Приведенные формулы получены с использованием предположения о том, что $A(t)$ или $U(t)$ достигают асимптотических значений. Формулы могут быть использованы для определения $\overline{A}$ и $\overline{U}$ по данным эксплуатации, включающим данные о продолжительности работоспособного и неработоспособного состояний объекта. В определенных случаях формулы все еще справедливы для $\overline{A}$ и $\overline{U}$, даже если A и U не существуют. Например, для систем, включающих периодически проверяемые компоненты, где $A(t)$ и $U(t)$ не имеют асимптотических значений, могут существовать $\overline{A} = \lim_{t \to \infty} \overline{A}(t_1, t_2)$ и $\overline{U} = \lim_{t \to \infty} \overline{U}(t_1, t_2)$.

На рисунке 19 показано изменение коэффициента готовности обычно бездействующего периодически проверяемого объекта с интенсивностью отказов 2 (года)$^{-1}$, интенсивностью ремонта 20 (лет)$^{-1}$ (MTTR = 438 ч) и периодом проверки τ = 0,3 года (4 мес). Мгновенный коэффициент готовности $A(t)$ уменьшается во время первого периода проверки. Если отказ происходит во время первого периода проверки, его ремонт начинают в начале второго периода проверки. В этой точке существует конкуренция между случаем, когда объект находится в работоспособном состоянии на начало второго периода проверки (и может перейти в неработоспособное состояние), и случаем, когда на начало второго периода проверки система находится в ремонте и может перейти в работоспособное состояние). Поэтому $A(t)$ увеличивается в течение времени, примерно равного MTTR, а затем уменьшается до момента следующей проверки. Таким образом, характерным графиком мгновенного коэффициента готовности для таких периодически проверяемых объектов является кривая в форме пилы. У мгновенного коэффициента готовности $A(t)$ нет асимптотического значения, но после некоторого количества проверок кривая $A(t)$ достигает предельной формы (т. е. форма кривой становится идентичной во всех последующих периодах). Несмотря на то, что $A(t)$ не имеет асимптотического значения, средняя готовность $\overline{A}(0, t)$ сходится к асимптотическому значению (см. пунктирную кривую на рисунке 19), которое равно среднему коэффициенту готовности за интервал проверки, расположенный в бесконечности:

$$\overline{A} = \overline{A}(\infty) = \lim_{t \to \infty} \overline{A}(0, t) = \lim_{i \to \infty} \overline{A}(i, \tau[i+1] \cdot \tau) = \frac{\text{MUT}}{\text{MUT} + \text{MDT}}.$$

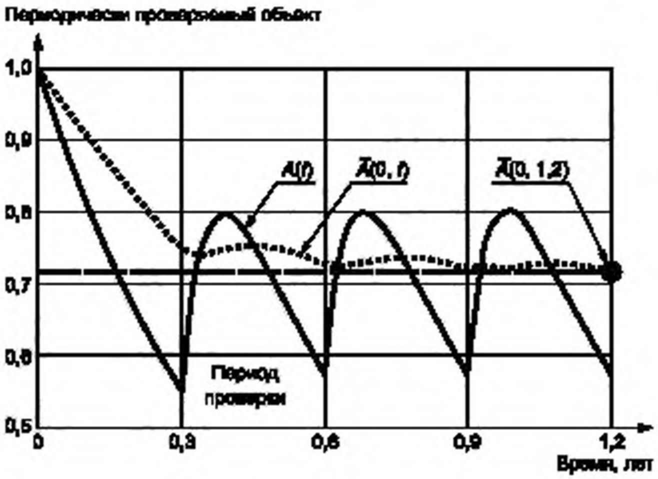


Рисунок 19 — График зависимости от времени мгновенного коэффициента готовности и среднего коэффициента готовности периодически проверяемого объекта

Поскольку профилактическое техническое обслуживание не рассмотрено в настоящем стандарте, MDT может быть заменен на MTTR (см. рисунок 2) в приведенной выше формуле.

6.1.2.4 Расширение понятия коэффициента готовности на объекты с несколькими состояниями

Как определено выше, понятие коэффициента готовности связано с работоспособными состояниями рассматриваемого объекта. При этом предполагается, что нет различий между работоспособными состояниями. Предполагают, что объект во всех своих работоспособных состояниях оказывает одну и ту же услугу пользователю. Это предположение может быть уместно для элементов, но не всегда применимо для сложных систем. Это особенно часто имеет место для производства продукции, в том числе нефти, газа, электричества, воды и т. д.

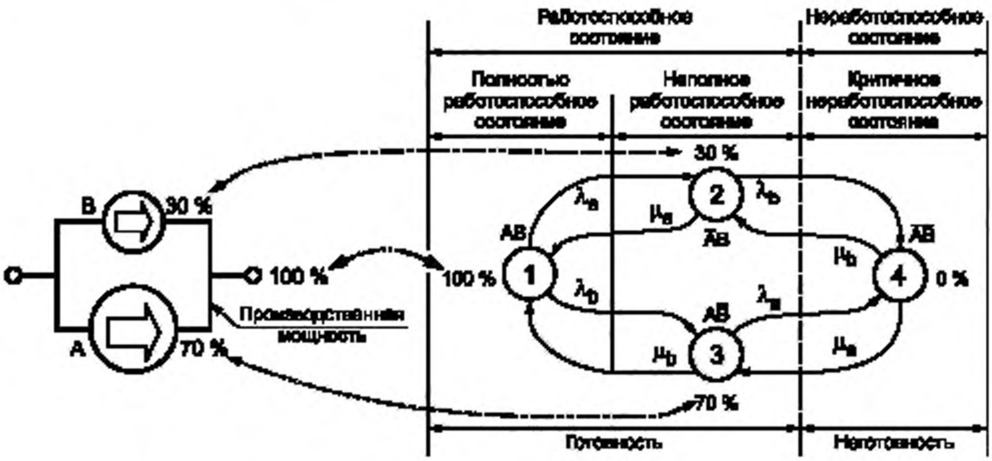


Рисунок 20 — Пример простой производственной системы

В левой части рисунка 20 показана простая производственная система, состоящая из двух блоков А и В. Номинальная производительность системы в единицу времени равна ρ (например, 5 м^3 воды в час, 1500 буханок хлеба в час). Блок А обладает производительностью K_A, равной 70 %, а блок В — производительностью K_B, равной 30 %. Поэтому система в целом имеет производственную мощность K_S, равную 70 % + 30 % = 100 %.

Примечание — Блок A с производственной мощностью K_A обеспечивает производство (K_A ρ) продукции в единицу времени.

Марковская диаграмма для этой системы является такой же, как приведенная на рисунке 15. Различие состоит в том, что уровень оказанной услуги отличается для каждого работоспособного состояния:
- в состоянии 1 производят 1 · ρ = ρ продукции в единицу времени;
- в состоянии 2 производят 0,7 ρ продукции в единицу времени;
- в состоянии 3 производят 0,3 ρ продукции в единицу времени.

В неработоспособном состоянии 4 производят 0ρ = 0 продукции в единицу времени.

С производственной точки зрения невозможно разделить состояния только на работоспособное и неработоспособное, необходима более точная классификация. Такую систему называют системой с несколькими состояниями (см. [21]), потому что ее состояния относятся к более чем двум классам. Показателем такой системы является не ее коэффициент готовности или вероятность безотказной работы, а математическое ожидание ее производительности за указанный период времени.

В соответствии с приведенными выше предположениями мгновенная производственная мощность системы $K(t)$ в момент времени t равна:

$$K(t) = 100\ \% \cdot P_1(t) + 30\ \%\ \ P_2(t) + 70\ \%\ \ P_3(t) + 0\ \% \cdot P_4(t).$$

Эту формулу можно легко распространить на системы с n состояниями:

$$K(t) = \sum_{i=1}^{n} K_i P_i(t).$$

На основе производственной мощности можно определить ожидаемую мгновенную производительность:

$$Prod(t) = K(t) \cdot \rho.$$

В частном случае $K(t)$ — это обычный мгновенный коэффициент готовности, для которого K_i = 100 % для всех работоспособных состояний и K = 0 % для всех неработоспособных состояний. То же для $Prod(t)$, когда ρ = 1. В этих случаях $A(t) \equiv K(t) \equiv Prod(t)$.

На рисунке 21 показано изменение мгновенного коэффициента готовности $A(t)$ и производственной мощности $K(t)$ в момент времени t в соответствии с вышеупомянутой гипотезой.

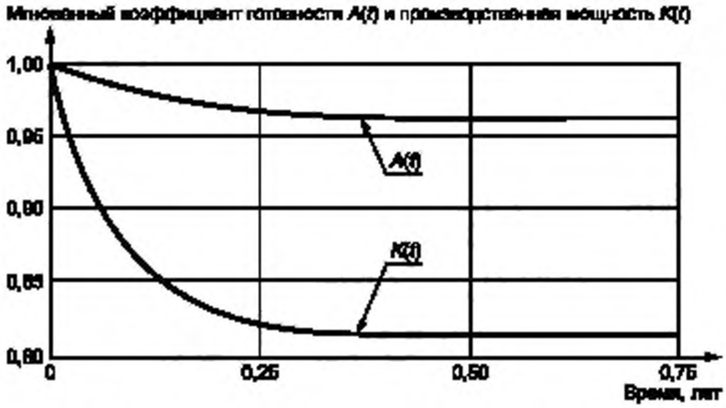


Рисунок 21 — График зависимости $A(t)$ и $K(t)$ от времени

Ожидаемая производительность системы $Prod(t_1, t_2)$ за период времени $[t_1, t_2]$ может быть вычислена с помощью средних суммарных продолжительностей различных состояний:

$$Prod(t_1, t_2) = [100\ \% \cdot Ast_1(t_1, t_2) + 30\ \% \cdot Ast_2(t_1, t_2) + 70\ \% \cdot Ast_3(t_1, t_2) + 0\ \% \cdot Ast_4(t_1, t_2)] \cdot \rho.$$

Таким образом, математическое ожидание производительности системы имеет вид:

$$\overline{Prod}(t_1,\ t_2) = \frac{Prod(t_1,\ t_2)}{(t_2 - t_1)\cdot\rho},$$

где $(t_1,\ t_2)\rho$ — максимально возможная производительность за период времени $[t_1,\ t_2]$.

Наконец, математическое ожидание производительности за период времени $[t_1,\ t_2]$ имеет вид:

$$\overline{Prod}(t_1,\ t_2) = \frac{100\,\%\cdot Ast_1(t_1,\ t_2) + 30\,\%\cdot Ast_2(t_1,\ t_2) + 70\,\%\cdot Ast_3(t_1,\ t_2) + 0\,\%\cdot Ast_4(t_1,\ t_2)}{(t_2 - t_1)}.$$

Эта формула может быть применена к системам с n состояниями:

$$\overline{Prod}(t_1,\ t_2) = \frac{\sum_{i=1}^{n} K_i\cdot Ast_i(t_1,\ t_2)}{(t_2 - t_1)},$$

где K_i — производственная мощность в состоянии i.

Конечно, если стационарное состояние существует, математическое ожидание производительности стремится к асимптотическому значению, которое равно асимптотическому значению мгновенной производственной мощности $K(\infty)$. Это показано на рисунке 21.

Такой показатель является обобщением среднего коэффициента готовности и математического ожидания производительности, его часто называют «производственной готовностью» системы. Более широко его также называют результативностью объекта. Этот показатель полезен в тех ситуациях, когда услуга, выполняемая системой в конкретном состоянии, пропорциональна продолжительности пребывания системы в этом состоянии.

6.1.3 Выражения, относящиеся к безотказности

6.1.3.1 Вероятность безотказной работы

В соответствии с определением (примечание 3) вероятность безотказной работы $R(t)$ представляет собой вероятность того, что объект функционирует в соответствии с установленными требованиями в течение периода времени $[0,\ t]$ в заданных условиях. На рисунке 22 показано изменение состояния за период времени $[0,\ t]$ для системы, диаграмма состояний которой представлена на рисунке 14. Система находилась полностью в работоспособном состоянии 1 (т. е. была совсем как новая) в момент времени $t = 0$ и оставалась в работоспособных состояниях 1, 2 и 3 в течение всего периода времени $[0,\ t]$.

Рисунок 22 — Пример изменения состояний системы за период времени $[0,\ t]$

Интенсивность отказов $\lambda(t)$ системы, представленной на рисунке 22, является непостоянной, поскольку она может измениться, по крайней мере, в соответствии с рассмотренным работоспособным состоянием.

Вероятность безотказной работы непосредственно связана с интенсивностью отказов $\lambda(t)$ и с плотностью распределения отказов $f(t)$ следующей формулой (см. 6.1.5.1, примечание):

$$R(t) = \exp\left[-\int_0^t \lambda(\tau)\mathrm{d}\tau\right] = \int_t^{\infty} f(\tau)\mathrm{d}\tau$$

При наличии данных об отказах для n объектов из однородной совокупности оценка $R(t)$ может быть определена по формуле

$$\widehat{R}(t) - \frac{n_S(t)}{n},$$

где $n(t)$ — количество объектов, у которых не произошло отказов за период времени $[0, t]$ и $n = n_S(0)$.

Примечание — Если система совсем как новая после восстановления, т. е. в идеальном состоянии, то каждое время восстановления в идеальное состояние можно рассматривать как начальное время 0 (точка восстановления, см. рисунок 22).

В соответствии с определением вероятность безотказной работы $R(t_1, t_2)$ представляет собой вероятность того, что объект функционирует в соответствии с установленными требованиями в течение заданного периода времени $[t_1, t_2]$ в заданных условиях. Поэтому вероятность безотказной работы системы — это вероятность того, что объект находится в работоспособном состоянии в течение всего периода времени $[t_1, t_2]$. Это означает, что:

- система находится в работоспособном состоянии в момент времени t_1 (готовность);
- система не переходит в неработоспособное состояние в течение периода времени от t_1 до t_2.

Это приведено на рисунке 23 для диаграммы состояний системы, приведенной на рисунке 14. Что происходило с системой до t_1, не имеет значения, за исключением того, что система должна быть работоспособной в момент времени t_1. Что происходит после момента времени t_2, не имеет значения тоже.

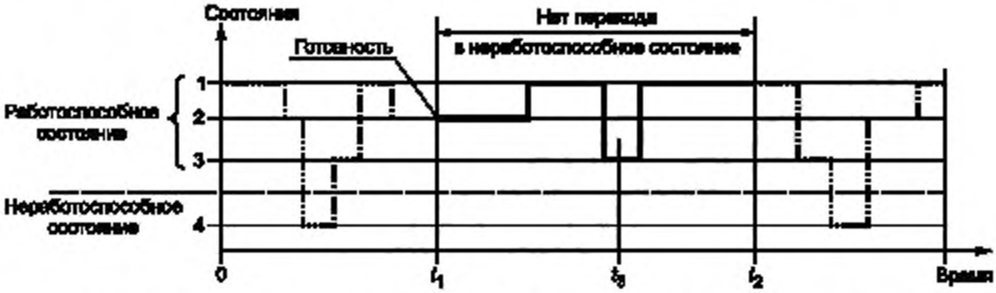


Рисунок 23 — Пример изменения состояний системы в течение периода времени $[t_1, t_2]$

С момента t_1 (см. рисунок 23) система достигла состояния 3 в момент времени t_3 через последовательность состояний 2→1→3. Но диаграммы, представленные на рисунках 14 и 15, кодируют все последовательности событий перехода из состояния 2 в состояние 3. Поэтому они кодируют два типа последовательностей:

a) последовательности перехода из состояния 2 в состояние 3 без перехода в неработоспособное состояние (например, 2→1→3);

b) последовательности перехода из состояния 2 в состояние 3 через неработоспособное состояние (например, 2→4→3).

Только последовательности типа a) гарантируют, что система остается в работоспособном состоянии в течение всего рассматриваемого периода времени. Поэтому последовательности типа b) не используют при вычислении вероятности безотказной работы. Это может быть достигнуто обеспечением невозвращения системы в работоспособное состояние, если она достигла неработоспособного состояния, как показано на рисунке 24.

Примечание — Марковская диаграмма, представленная на рисунке 24, позволяет вычислять вероятность безотказной работы системы. Чтобы подчеркнуть эту особенность, такую марковскую диаграмму называют «марковской диаграммой безотказности».

На схеме, представленной на рисунке 24, любое работоспособное состояние может быть достигнуто только из других работоспособных состояний. Как только система достигает неработоспособного состояния, она остается в нем навсегда. Это состояние называют «поглощающим» состоянием. Вероятность перехода в это состояние равна 1 и $\lim_{t_2 \to \infty} R(t_1, t_2) = 0$.

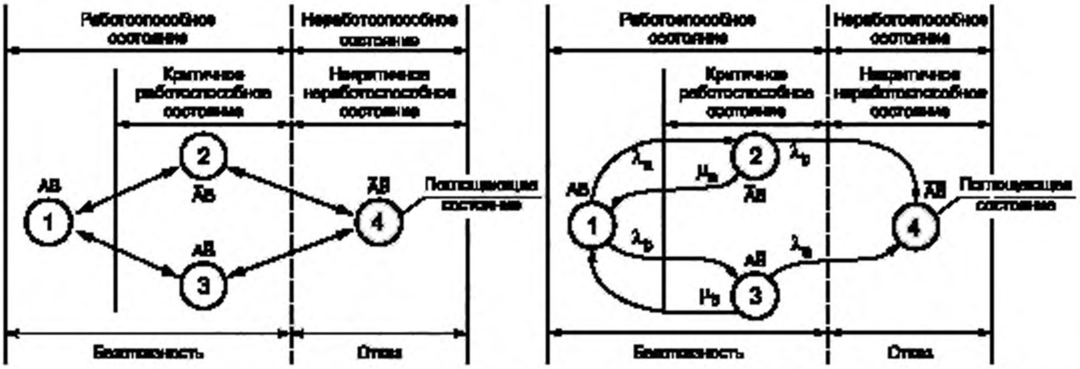


Рисунок 24 — Диаграмма состояний и марковская диаграмма для вычисления вероятности безотказной работы

Если система смоделирована в соответствии с марковской диаграммой, вероятность безотказной работы $R(t_1, t_2)$ вычисляют в два этапа:

1) вычисляют вероятности $P_1^{(av)}(t_1)$, $P_2^{(av)}(t_1)$, $P_3^{(av)}(t_1)$ и $P_4^{(av)}(t_1)$, используя марковскую диаграмму без поглощающего состояния (см. рисунок 15);

2) вычисляют вероятности $P_1^{(rel)}(\theta)$, $P_2^{(rel)}(\theta)$, $P_3^{(rel)}(\theta)$ и $P_4^{(rel)}(\theta)$ для $\theta = t_2 - t_1$, используя марковскую диаграмму с поглощающим состоянием (левая сторона рисунка 24) и вероятности, вычисленные на этапе 1) как начальные условия.

Это позволяет определить вероятность безотказной работы $R(t_1, t_2)$ и вероятность отказа $F(t_1, t_2)$:

$$R(t_1, t_2) = P_1^{(rel)}(\theta) + P_2^{(rel)}(\theta) + P_3^{(rel)}(\theta).$$

$$F(t_1, t_2) = P_4^{(rel)}(\theta),$$

где $\theta = t_2 - t_1$, поэтому:

$$F(t_1, t_2) = 1 - R(t_1, t_2).$$

Если $t_1 = 0$ и вычисления выполняют для периода времени $[0, t]$, этап 1) не требуется, вероятности должны быть вычислены по диаграмме с поглощающими состояниями (см. рисунок 24).

На рисунке 25 показаны вероятности состояний системы, соответствующей марковской диаграмме безотказности (т. е. марковской диаграмме с поглощающим состоянием), представленной на рисунке 24. Как в случае коэффициента готовности, вероятности достигают асимптотических значений, но они равны 0 для трех работоспособных состояний и 1 для неработоспособного состояния.

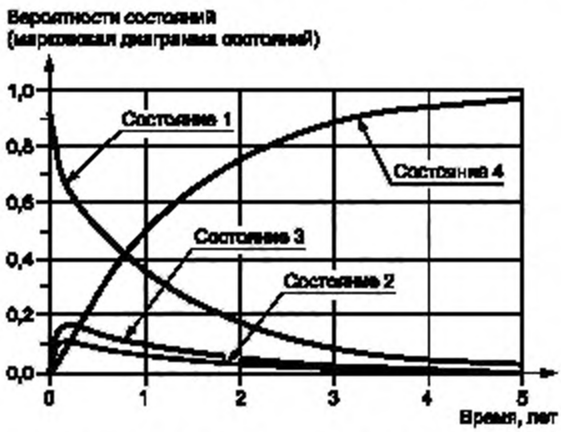


Рисунок 25 — График зависимости от времени вероятностей состояния для марковской модели, представленной на рисунке 24

Вероятности состояний представлены на рисунке 25, и поэтому:

$$R(t) = P_1(t) + P_2(t) + P_3(t),$$

$$F(t) = P_4(t).$$

Графики $R(t)$ и $F(t)$ с учетом детерминированного состояния приведены на рисунке 26.

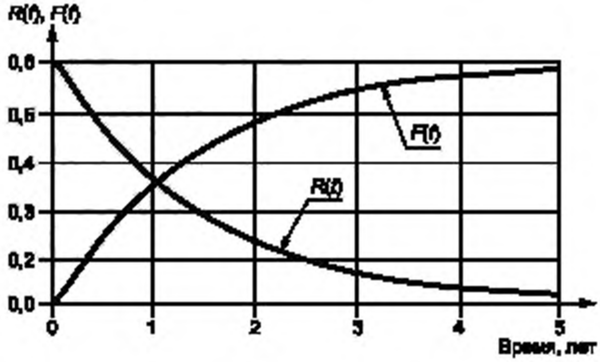


Рисунок 26 — График зависимости от времени $R(t)$ и $F(t)$, соответствующих марковской модели, представленной на рисунке 24

Формулы для вероятностей отказа и безотказной работы аналогичны формулам для коэффициентов готовности и неготовности. Различие вызвано только наличием или отсутствием поглощающего состояния:

- диаграмма без поглощающего состояния: вычисление коэффициентов готовности и неготовности;
- диаграммы с поглощающим состоянием: вычисление вероятности безотказной работы и вероятности отказа.

В диаграмме на рисунке 24 можно заметить, что компоненты системы ремонтируют, только если объект в целом не перешел в неработоспособное состояние. Поэтому при вычислении вероятности безотказной работы необходимо учитывать зависимости между компонентами системы, это делает вычисления более трудными, чем вычисление коэффициента готовности.

Из-за поглощающего состояния вероятность безотказной работы и вероятность отказа достигают следующих асимптотических значений, если время стремится к бесконечности:

$$\lim_{t \to \infty} R(t) = 0,$$

$$\lim_{t \to \infty} F(t) = 1.$$

Это показано на рисунке 26.

6.1.3.2 Средняя наработка до первого отказа — MTTFF

В соответствии с определением MTTFF — это математическое ожидание наработки до первого отказа. Она связана с вероятностью безотказной работы и плотностями распределения отказов следующей формулой:

$$\mathrm{MTTFF} = \int_0^\infty t f(t)\mathrm{d}t = \int_0^\infty R(t)\mathrm{d}t.$$

В случае объектов COI работоспособные состояния являются рабочими состояниями, когда объект функционирует, и поэтому MTTFF может быть вычислена как сумма средних накопленных продолжительностей работоспособных состояний диаграммы безотказности:

$$\mathrm{MTTFF} = \lim_{t \to \infty} \sum_{i \in \mathrm{Pc}} Ast_i(0,t)$$

На рисунке 27 показаны графики средних накопленных продолжительностей работоспособных состояний $Ast_i(t_1, t_2)$ за период времени [0, t] в случае марковской диаграммы безотказности, представленной на рисунке 24.

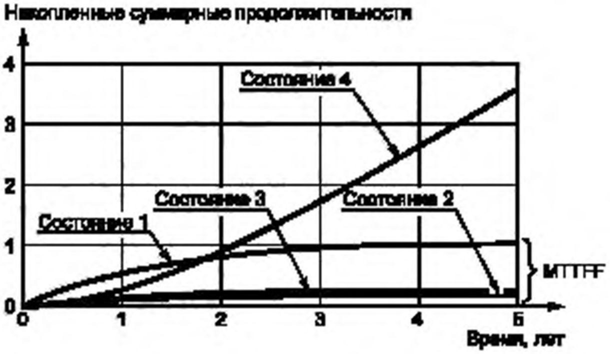


Рисунок 27 — График зависимости от времени $Ast_i(t_1, t_2)$ для марковской модели, представленной на рисунке 24

Если время возрастает, средние накопленные продолжительности работоспособных состояний (1, 2 и 3) стремятся к асимптотическим значениям, а средняя накопленная продолжительность неработоспособного состояния (4) стремится к бесконечности (это особенность поглощающего состояния). Поэтому MTTFF может быть вычислена следующим образом:

$$\text{MTTFF} = \lim_{t \to \infty}\left[Ast_1(0,t) + Ast_2(0,t) + Ast_3(0,t)\right].$$

Средние накопленные продолжительности работоспособных состояний увеличиваются до тех пор, пока не достигнут асимптотических значений, когда вероятность того, что объект находится в неработоспособном состоянии, близка к 1. Поэтому приведенная формула сходится более быстро для ненадежных объектов, чем для надежных объектов.

6.1.4 Средняя наработка между отказами и среднее время между отказами

Для средней наработки между отказами часто используют обозначения MTBF или MOTBF, и поэтому использовать сокращение MTBF для среднего времени между отказами не корректно. Для того чтобы избежать ошибок, в настоящем стандарте для среднего времени между отказами использовано сокращение METBF (см. определение 3.3).

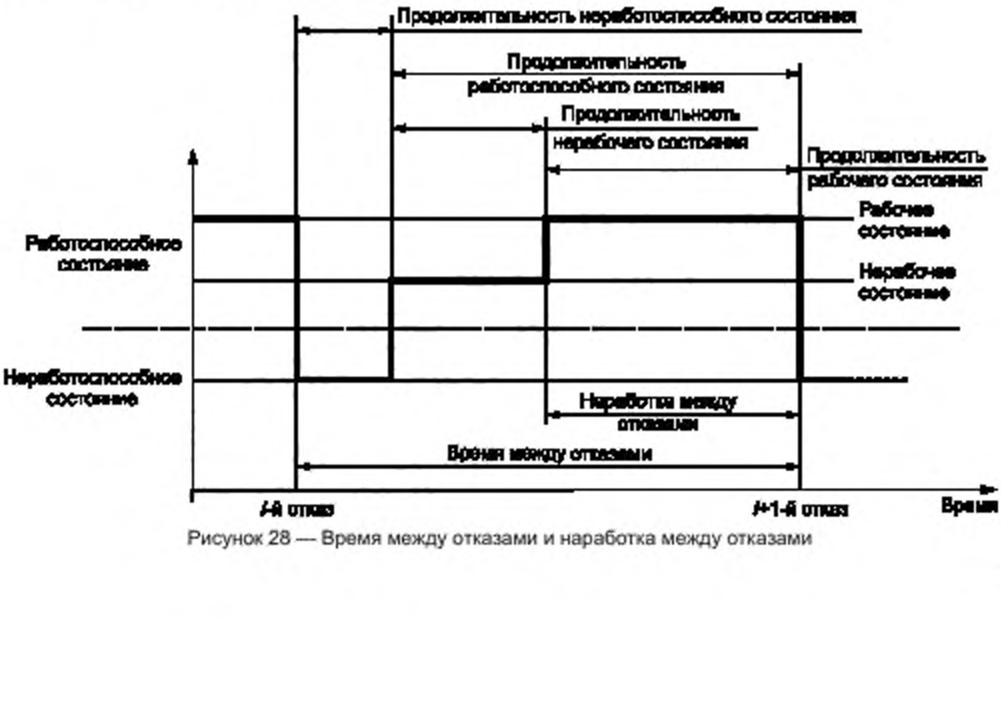


Рисунок 28 — Время между отказами и наработка между отказами

На рисунке 28 показаны отличия времени между отказами от наработки между двумя последовательными отказами: время между отказами — сумма продолжительностей работоспособного и неработоспособного состояний, в то время как наработка между отказами составляет лишь часть времени между отказами, когда объект находится в состоянии функционирования (рабочее состояние).

Это приводит к общей формуле для среднего времени между отказами

$$\text{METBF} = \text{MUT} + \text{MDT}.$$

Если профилактическое техническое обслуживание не рассматривают, как в настоящем стандарте, MUT = MTTR (среднее время восстановления), и поэтому

$$\text{METBF} = \text{MUT} + \text{MTTR}.$$

Для COI средняя продолжительность работоспособного состояния равна средней наработке до отказа. Таким образом:

$$\text{METBF} = \text{MTTF} + \text{MTTR}.$$

6.1.5 Мгновенная интенсивность отказов и условный параметр потока отказов (интенсивность отказов Веселя)

6.1.5.1 Мгновенные значения

В соответствии с определением 3.6 мгновенная интенсивность отказов есть предел (если он существует) отношения условной вероятности того, что отказ объекта произойдет в период времени $[t, t + \Delta t]$ к Δt, когда Δt стремится к нулю, при условии, что отказ не произошел в период времени $[0, t]$:

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{1}{\Delta t} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{R(t)}.$$

Это определение ограничено только невосстанавливаемыми объектами. Но фактически этот показатель можно обобщить, так как плотность распределения отказов $f(t)$ и вероятность безотказной работы $R(t)$ могут быть определены для любого объекта (элементы, восстанавливаемые и невосстанавливаемые системы).

В соответствии с приведенным определением интенсивность отказов $\lambda(t)$ является условной вероятностью в единицу времени:

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P(\text{отказ за период времени от } t \text{ до } t + \Delta t \,|\, \text{объект как новый в } t = 0 \text{ и Рс в } t)}{\Delta t}.$$

Примечание — $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \lambda(t)\Delta t$ — условная вероятность того, что система откажет в момент времени t при условии, что отказ не произошел с момента времени $t = 0$. Используя дифференциальную систему обозначений, ее можно записать в виде $\lambda(t)dt$, и затем приращение $dF(t)$ вероятности отказа за период времени $[t, t + dt]$ будет равно $R(t)\,\lambda(t)dt$. Так как $dF(t) = d[1 - R(t)] = -dR(t)$, это дает $\lambda(t) = -dR(t)/R(t)$, интенсивность отказов также непосредственно связана с логарифмической производной вероятности безотказной работы $R(t)$. Интегрирование этой производной приводит к соотношению $R(t) = \exp\left[-\int_0^t \lambda(\tau)d\tau\right]$, введенному в 6.1.3.1.

Условие «работоспособное состояние в течение периода времени $[0, t]$» (т. е. отсутствие отказов в течение периода времени $[0, t]$) является очень сильным и приводит к тем же зависимостям, как и при вычислении вероятности безотказной работы.

В примере на рисунке 24 можно заметить, что:

- условие «работоспособное состояние в течение периода времени $[0, t]$» подразумевает, что система:
- не может возвратиться из неработоспособного состояния в работоспособное состояние, это вызвано наличием поглощающего состояния;
- находится в работоспособном состоянии в течение времени t; вероятность этого события — это вероятность безотказной работы

$$R(t) = P_1^{(rel)}(t) + P_2^{(rel)}(t) + P_3^{(rel)}(t);$$

- объект может перейти в неработоспособное состояние только из критических состояний 2 и 3;
- вероятность отказа в период времени от t до $t + dt$ в состоянии 2 равна $\lambda_b dt$ за счет отказов компонента B;

- вероятность отказа в период времени от t до t + dt в состоянии 3 равна $\lambda_a dt$ за счет отказов компонента А.

Таким образом, можно записать:

$$\lambda(t)=\frac{\lambda_b P_2^{(rel)}(t)+\lambda_a P_3^{(rel)}(t)}{R(t)}=\frac{\lambda_b P_2^{(rel)}(t)+\lambda_a P_3^{(rel)}(t)}{P_1^{(rel)}(t)+P_2^{(rel)}(t)+P_3^{(rel)}(t)}.$$

В общем случае, если изменение состояний объекта можно описать марковским процессом, интенсивность отказов объекта может быть вычислена исходя из его критических работоспособных состояний и постоянных интенсивностей перехода в неработоспособное состояние.

Интенсивность отказов является очень важным показателем, поскольку она непосредственно связана с вероятностью безотказной работы $R(t)$:

$$R(t)=e^{-\int_0^t \lambda(\tau)d\tau}.$$

Если одни и те же вычисления выполнить для диаграммы без поглощающего состояния (диаграмма готовности), такой как приведенные на рисунке 14 или 15, можно получить другой важный параметр: условный параметр потока отказов, называемый также интенсивностью отказов Веселя $\lambda_V(t)$. Формально его можно определить следующим образом:

$$\lambda_V(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{P(\text{отказ за период времени от } t \text{ до } t+\Delta t \mid \text{объект как новый в } t=0 \text{ и Рс в } t)}{\Delta t}.$$

Это также условная вероятность за единицу времени, но условие более слабое, чем для фактической интенсивности отказов $\lambda(t)$, то, что произошло за период времени [0, t], не имеет значения (т. е. объект может быть в неработоспособном состоянии несколько раз до момента времени t), и в диаграмме нет поглощающего состояния. Единственное условие состоит в том, что объект обладает готовностью в момент времени t.

Примечание — $\lim_{\Delta t\to 0}\lambda_V(t)\Delta t$ — условная вероятность того, что система откажет в момент времени t при условии, что она находилась в работоспособном состоянии до момента времени t и была в работоспособном состоянии в момент времени t = 0.

В случае, представленном на рисунке 15, это дает:

$$\lambda_V(t)=\frac{\lambda_b P_2^{(av)}(t)+\lambda_a P_3^{(av)}(t)}{A(t)}=\frac{\lambda_b P_2^{(av)}(t)+\lambda_a P_3^{(av)}(t)}{P_1^{(av)}(t)+P_2^{(av)}(t)+P_3^{(av)}(t)}.$$

На рисунке 29 показаны различия между интенсивностью отказов $\lambda(t)$, полученной в соответствии с рисунком 15, и интенсивностью отказов Веселя $\lambda_V(t)$, полученной в соответствии с рисунком 24. Эти два параметра одинаково изменяются, если время увеличивается. Они равны для коротких промежутков времени и стремятся к различным асимптотическим значениям $\lambda(\infty)$ и $\lambda_V(\infty)$, когда время возрастает.

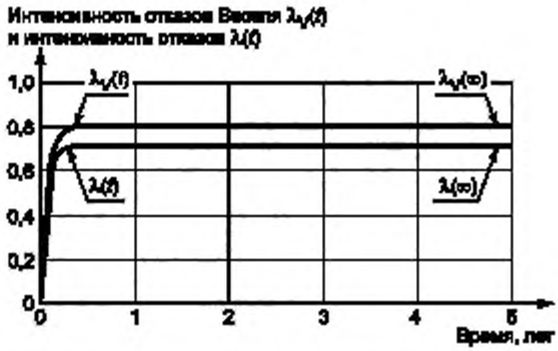


Рисунок 29 — График зависимости от времени $\lambda(t)$ и $\lambda_V(t)$ в случае модели, представленной на рисунке 24

6.1.5.2 Среднее и стационарное (асимптотическое) значения

Среднюю интенсивность отказов следует использовать с осторожностью, потому что она в действительности не является интенсивностью отказов и фундаментальные соотношения $R(t) = \exp\left[\int_0^t \lambda(\tau)d\tau\right]$ не выполняются, если $\lambda(\tau)$ заменить средней интенсивностью отказов. Поэтому этот показатель не может быть использован для вычисления вероятности безотказной работы объекта $R(t)$ без осторожности.

Как показано на рисунке 29, неравенство $\lambda_V(\infty) > \lambda(\infty) > \lambda(t)\ \forall t$ проверено для системы, которую можно описать марковским процессом. В более широком смысле неравенство $\lambda_V(\infty) \geq \lambda(\infty)$ справедливо для систем, состоящих из независимых восстанавливаемых компонентов с постоянными интенсивностями отказов и ремонтов.

Фактически происходит более быстрое восстановление отказавших компонентов, и чем более надежна система, тем быстрее она достигает стационарного состояния и асимптотических значений (значения $\lambda(\infty)$ и $\lambda_V(\infty)$ существуют и конечны). Использование $\lambda_V(\infty)$ позволяет получить очень хорошее приближение $R(t)$ после продолжительности работы объекта, равной двум или трем наибольшим значениям MTTR компонентов системы. Это охватывает значительную часть инженерных исследований в области безотказности.

Примечание — Приведенные результаты несправедливы для систем с неремонтируемыми компонентами или без восстановления после отказа.

Условия вычисления интенсивности отказов Веселя являются более слабыми, чем для интенсивности отказов (см. 6.1.5.1). Поэтому ее легче вычислить, чем интенсивность отказов. Для фактических исследований промышленных систем с восстанавливаемыми компонентами часто нельзя вычислить интенсивность отказов, в то время как интенсивность отказов Веселя может быть получена легко. Таким образом, интенсивность отказов Веселя часто используют вместо интенсивности отказов. Это свойство является, например, основой расчета вероятности безотказной работы с использованием дерева неисправностей (см. *ГОСТ Р 27.302*) и структурной схемы надежности объекта (см. *ГОСТ Р 51901.14*) для систем с восстанавливаемыми компонентами.

Когда отказы быстро обнаруживают и устраняют (т. е. интенсивность отказов много меньше интенсивности ремонтов), значение $\lambda(\infty) \approx \lambda_V(\infty)$ может быть получено непосредственно из марковской диаграммы при использовании следующего принципа, показанного на примере, представленном на рисунке 15 (или на рисунке 24):

- идентифицируют последовательность состояний от состояния 1 до неработоспособного состояния 4, например, $1 \to 2 \to 4$;
- объект может перейти из состояния 1 в состояние 2 с интенсивностью перехода λ_a;
- продолжительность состояния 2 пренебрежимо мала по сравнению с продолжительностью состояния 1. Поэтому когда объект переходит в состояние 2, то в соответствии со свойствами постоянной интенсивности отказов он почти немедленно переходит в состояние 1 (вероятность $\frac{\mu_a}{\lambda_b + \mu_a}$) или состояние 4 (вероятность $\frac{\lambda_b}{\lambda_b + \mu_a}$);
- тогда интенсивность перехода из состояния 1 в состояние 4 по последовательности состояний $1 \to 2 \to 4$ равна $\lambda_a \frac{\lambda_b}{\lambda_b + \mu_a}$,
- продолжают работу с другими последовательностями (например, $1 \to 3 \to 4$), пока не будут обработаны все последовательности;
- результаты позволяют получить хорошее приближение асимптотического значения $\lambda(\infty) \approx \lambda_V(\infty)$.

В примере необходимо рассмотреть только две последовательности ($1 \to 2 \to 4$ и $1 \to 3 \to 4$), две марковские диаграммы приводят к одному и тому же результату:

$$\lambda(\infty) \approx \lambda_V(\infty) = \lambda_a \frac{\lambda_b}{\lambda_b + \mu_a} + \lambda_b \frac{\lambda_a}{\lambda_a + \mu_b}.$$

Вышеупомянутые асимптотические значения также обеспечивают определение средней интенсивности отказов за большой период времени.

6.1.6 Плотность распределения и безусловный параметр потока отказов

Функция $F(t)$ является вероятностью того, что время до отказа TTF меньше или равно t. Поэтому она также является функцией распределения наработки до отказа, а производная от этой функции — плотность распределения наработки до отказа $f(t)$. Это означает, что $f(t)\mathrm{d}t$ является вероятностью того, что объект откажет в период времени от t до t + dt при условии, что он находится в работоспособном состоянии (совсем как новый) в момент времени $t = 0$:

$$f(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P(t < \text{отказ за период времени} \le t + \Delta t \mid \text{объект как новый в } t = 0)}{\Delta t}.$$

Эта формула аналогична формуле интенсивности отказов $\lambda(t)$, за исключением условия, что объект находится в работоспособном состоянии в период времени $[0, t]$, для которого определяют $R(t)$. Поэтому $\lambda(t) = f(t)/R(t)$ и $f(t) = \lambda(t) \cdot R(t)$.

В случае рассматриваемого примера это приводит к следующему выражению:

$$f(t) = \lambda_b\, P_2^{(rel)}(t) + \lambda_a\, P_3^{(rel)}(t).$$

Другой способ получения этой формулы состоит в том, чтобы понять, что вследствие наличия поглощающего состояния в марковской диаграмме на рисунке 24 вероятность того, что первый отказ объекта произойдет в период времени от t до t + dt, является также вероятностью пребывания объекта в критическом состоянии в момент времени t, например $P_2(t)$, и перехода в неработоспособное состояние в период времени от t до t + dt, например $\lambda_b \cdot \mathrm{d}t$. В случае данного примера снова получаем:

$$f(t) = \frac{P_2^{(rel)}(t)\lambda_b \mathrm{d}t + P_3^{(rel)}(t)\lambda_a \mathrm{d}t}{dt} = \lambda_b P_2^{(rel)}(t) + \lambda_a P_3^{(rel)}(t).$$

Если те же вычисления выполнить для диаграммы без поглощающего состояния (диаграмма готовности), такой как приведенная на рисунках 14 или 15, получаем другой важный параметр: безусловный параметр потока отказов $z(t)$, для которого справедлива формула:

$$z(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P(\text{отказ за период времени от } t \text{ до } t + \Delta t \mid \text{объект как новый при } t = 0)}{\Delta t}.$$

Аналогично приведенному выше:

$$z(t) = \lambda_V(t) \cdot A(t),$$

и в случае рассматриваемого примера получаем следующую формулу:

$$z(t) = \lambda_b\, P_2^{(av)}(t) + \lambda_a\, P_3^{(av)}(t).$$

Безусловный параметр потока отказов является таким же параметром, как параметр потока отказов, определенный другим способом в виде предела (если он существует) отношения среднего количества отказов восстанавливаемого объекта за период времени $[t, t + \Delta t]$ к Δt, когда Δt стремится к нулю:

$$z(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{E\left[N(t + \Delta t) - N(t)\right]}{\Delta t}.$$

В этой формуле $N(t)$ — количество отказов, возникающих в течение периода времени $[0, t]$. Если $\Delta t \to 0$, физический объект не может отказать несколько раз за период времени $[t, t + \Delta t]$, и, следовательно, $[N(t + \Delta t) - N(t)]$ равно 1, если новый отказ происходит за время $[t, t + \Delta t]$, и равно 0 в противном случае. Наконец, при $\Delta t \to 0$ $E[N(t + \Delta t) - N(t)]$ равно вероятности возникновения единственного отказа за период времени $[t, t + \Delta t]$. Таким образом, эти две формулы эквивалентны.

В соответствии с определением $z(t)$ также является производной математического ожидания количества отказов $Z(t) = E[N(t)]$ за период времени $[0, t]$:

$$z(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{Z(t + \Delta t) - Z(t)]}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}Z(t)}{\mathrm{d}t} \text{ и } Z(t) = \int_0^t z(\tau)\mathrm{d}\tau.$$

Если $\Delta t \to 0$, $z(t)\,\Delta t$ представляет собой математическое ожидание количества отказов за период времени $[t, \Delta t]$, тогда $z(t)\,\Delta t/\Delta t = z(t)$ является также мгновенной частотой отказов объекта за время t. Поэтому данный показатель часто называют «частотой отказов».

Средняя частота отказов за период времени [0, t] может быть вычислена как $Z(t)/t$. Поэтому, если стационарное состояние существует, $z(t)$ достигает асимптотического значения, и это приводит к следующему выражению (см. [20]):

$$\lim_{t\to\infty}\frac{Z(t)}{t}=\lim_{t\to\infty}\frac{\int_0^t z(\tau)d\tau}{t}=z(\infty).$$

Если $\overline{Tbf}(t)$ — среднее время между последовательными отказами, возникающими за период времени [0, t], тогда $t/\overline{Tbf}(t)$ равно математическому ожиданию количества отказов за период времени [0, t], $Z(t)$. Если t стремится к бесконечности, $\overline{Tbf}(\infty)$ является METBF системы, и если стационарное состояние существует, $z(t)$ достигает асимптотического значения $z(\infty)$. Тогда:

$$\lim_{t\to\infty}\frac{Z(t)}{t}=\lim_{t\to\infty}\frac{1}{\overline{Tbf}(t)}=\frac{1}{\text{METBF}}=z(\infty).$$

Поэтому $\text{METBF}=\dfrac{1}{z(\infty)}$.

Больше деталей приведено в [8].

Среди параметров, проанализированных выше (интенсивность отказов, интенсивность отказов Веселя и плотность распределения наработок), только среднее значение безусловного параметра потока отказов действительно полезно:

$$\overline{z}(t_1,t_2)=\frac{1}{t_2-t_1}\int_{t_1}^{t_2} z(t)dt.$$

Оно позволяет вычислять количество отказов, возникающих в заданный период времени:

$$E[N(t_1,\ t_2)]=\overline{z}(t_1,\ t_2)\cdot(t_2-t_1).$$

Примечание — Среднюю частоту отказов в контексте функциональной безопасности называют PFH (вероятность отказа в час) инструментальных систем безопасности (см., например, стандарты серии *ГОСТ Р МЭК 61508* и *ГОСТ Р МЭК 61511*).

Если события подчиняются экспоненциальному распределению (марковские модели) и отказы обнаруживают и восстанавливают быстро, $A(t)$ и $\lambda_V(t)$ достигают асимптотических значений A и $\lambda_V(\infty)$ по истечении времени, равного двум или трем наибольшим значениям MTTR компонентов системы. Тогда частота отказов $z(t)$ также достигает асимптотического значения

$$z(\infty)=A\cdot\lambda_V(\infty).$$

Как только достигнуто стационарное состояние, асимптотические значения совпадают со средними значениями этих параметров.

На рисунке 30 приведены графики плотности распределения отказов $f(t)$, соответствующей рисунку 24, и безусловного параметра потока отказов $z(t)$, соответствующего рисунку 15. Графики сильно отличаются друг от друга: $z(t)$ увеличивается, пока не достигнет асимптотического значения, а $f(t)$ сначала увеличивается, а после достижения максимального значения уменьшается и стремится к нулю.

И $z(t)$ и $f(t)$ представляют собой частоту отказов системы, но для $f(t)$ система может отказать только однажды, и после этого возникновение отказов невозможно. Поэтому, если $F(t)$ близко к 1, вероятность возникновения отказа очень низка, и $f(t)$ стремится к 0.

6.1.7 Сравнение $\lambda(t)$, $\lambda_V(t)$, $z(t)$ и $f(t)$ для высокого и низкого MTTR

В левой стороне рисунка 31 приведены результаты, представленные на рисунках 29 и 30. Справа приведены те же результаты, но MTTR компонентов А и В разделены на 10. В обоих случаях и на коротком отрезке времени $\lambda(t)$, $\lambda_V(t)$, $z(t)$ и $f(t)$ имеют близкие численные значения, но если время увеличивается, $\lambda(t)$, $\lambda_V(t)$, $z(t)$ сходятся к асимптотическому значению, а $f(t)$ уменьшается и стремится к 0. Эти результаты типичны для марковских моделей.

Рисунок 30 — Графики зависимости от времени $z(t)$ и $f(t)$

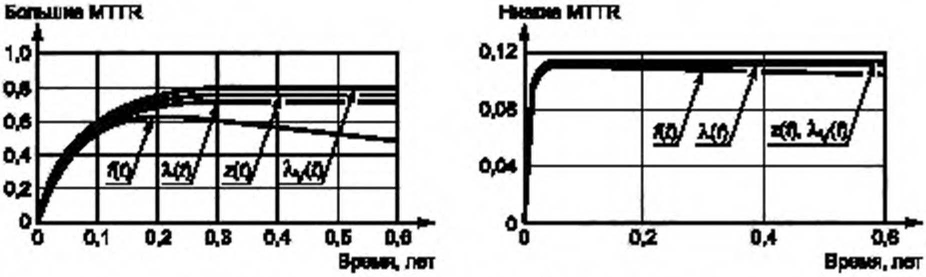


Рисунок 31 — Сопоставление графиков $\lambda(t)$, $\lambda_V(t)$, $z(t)$ и $f(t)$ для высоких и низких значений MTTR

Анализ рисунка 31 показывает, что для марковских моделей справедливо следующее:

- чем меньше время восстановления отказавших объектов, тем быстрее достигаются асимптотические значения $\lambda(\infty)$, $\lambda_V(\infty)$ и $z(\infty)$ и тем ближе они друг к другу по величине. Справа $z(t)$ и $\lambda_V(t)$ даже совпадают, поскольку коэффициент готовности системы очень высок. Асимптотические значения достигнуты по истечении времени, равного трем наибольшим значениям MTTR, т. е. 0,3 года (3 × 876 ч) слева и 0,03 года (3 × 87,6 ч) справа. В реальных случаях восстановление часто бывает достаточно быстрым, и асимптотические значения достигаются почти сразу;
- $\lambda_V(\infty)$ является консервативным (заниженным) значением $\lambda(\infty)$. Так как $\lambda_V(\infty)$ легче вычислять, чем $\lambda(\infty)$, это значение обычно используют вместо $\lambda(t)$ для расчетов показателей надежности;
- $z(\infty)$ — также консервативное значение $\lambda(\infty)$;
- в силу близости числовых значений $\lambda(\infty)$, $\lambda_V(\infty)$ и $z(\infty)$ их можно легко перепутать.

Приведенные выше результаты справедливы только для моделей с основными марковскими свойствами (например, упрощенные формулы, структурные схемы надежности, деревья неисправностей, деревья событий, сети Петри применимы только для постоянных интенсивностей отказов и ремонта).

6.1.8 Выражения для показателей, связанных с восстановлением

6.1.8.1 Интенсивность ремонта и средняя продолжительность ремонта

Интенсивность ремонта $\mu(t)$ является пределом (если он существует), отношения условной вероятности того, что ремонт завершен в течение периода времени $[t, t + \Delta t]$ к Δt, если Δt стремится к нулю, при условии, что ремонт начался в момент времени $t = 0$ и не был завершен за время t.

Различие между параметром потока восстановлений и интенсивностью ремонта состоит в том, что для интенсивности ремонта предполагают, что ремонт начался в момент времени $t = 0$, тогда как для параметра потока восстановлений условие состоит в том, что объект в момент времени $t = 0$ совсем как новый.

Средняя продолжительность ремонта (MRT) является математическим ожиданием времени ремонта.

Эти определения аналогичны (для ремонта) определениям, данным для интенсивности отказов и MTTFF.

Анализ рисунков 14 и 15 с учетом того, что система находится в состоянии 4 в момент времени $t = 0$, показывает, что:

- интенсивность ремонта — это сумма интенсивностей переходов из состояния 4 в состояние 2 и из состояния 4 в состояние 3;

- MRT — средняя продолжительность состояния 4 каждый раз, когда объект переходит в неработоспособное состояние.

Это значит:

$$\mu = \mu_a + \mu_b,$$

$$\mathrm{MRT} = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_a + \mu_b}.$$

На рисунке 4 можно видеть, что у системы существует три неработоспособных состояния. Поэтому условие, что «ремонт начался в $t = 0$», предполагает необходимость определить три различные интенсивности ремонта, соответствующие вероятности у объекта состояний 5, 6 и 7 в момент времени $t = 0$. Поэтому у системы с несколькими неработоспособными состояниями нет единой интенсивности ремонта, и это понятие важно главным образом для элементов, рассматриваемых как единое целое.

6.1.8.2 Параметр потока восстановлений и среднее время восстановления

Параметр потока восстановлений введен в разделе 3 настоящего стандарта как предел (если он существует) отношения среднего количества восстановлений восстанавливаемого объекта за период времени $[t, t + \Delta t]$ к Δt, если Δt стремится к нулю, при условии, что объект совсем как новый в момент времени $t = 0$.

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{E\left[N_R(t+\Delta t) - N_R(t) \mid \text{объект совсем как новый при } t = 0\right]}{\Delta t}$$

Продолжительность неработоспособного состояния включает время восстановления плюс часть продолжительности профилактического технического обслуживания. Применяемые предположения состоят в том, что профилактическое техническое обслуживание не рассматривается и время восстановления равно продолжительности неработоспособного состояния (см. рисунок 2).

В приведенной выше формуле $N_R(t)$ представляет собой количество восстановлений за период времени $[0, t]$. Если $\Delta t \to 0$, несколько восстановлений физического объекта не могут быть завершены в период времени $[t, t + \Delta t]$, тогда $[N_R(t + \Delta t) - N_R(t)]$ равно 1, если новое восстановление происходит за период времени $[t, t + \Delta t]$, и равно 0 в противном случае.

Поэтому:

- $v(t)$ — математическое ожидание количества восстановлений в единицу времени и также мгновенная частота восстановления объекта,

- если $\Delta t \to 0$, $E\,[N_R(t + \Delta t) - N_R(t)]$ равно вероятности того, что в интервале $[t, t + \Delta t]$ завершается одно восстановление, то параметр потока восстановлений может быть определен следующим образом:

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P\left(\text{восстановление завершено в период от } t \text{ до } t+\Delta t\right) \mid \text{объект совсем как новый при } t = 0)}{\Delta t}.$$

Это определение предполагает, что объект находится в критическом неработоспособном состоянии в момент времени t и переходит в одно из работоспособных состояний в период времени $[t, t + \Delta t]$.

В случае примера, представленного на рисунке 15:

$$v(t) = (\mu_a + \mu_b)P_4(t).$$

Это выражение можно распространить на объекты с несколькими критическими неработоспособными состояниями (см. рисунок 4):

$$v(t) = \mu_{5,3}(t)P_5(t) + [\mu_{6,3}(t) + \mu_{6,4}(t)]P_6(t),$$

где $\mu_{i,j}(t)$ — интенсивность перехода из состояния i в состояние j в момент времени t.

Средняя частота восстановления за период времени $[t_1, t_2]$ имеет вид:

$$\bar{v}(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} v(t)\mathrm{d}t.$$

Тогда среднее количество восстановлений за период времени $[t_1, t_2]$ имеет вид:

$$V(t_1, t_2) = (t_2 - t_1)\bar{v}(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} v(t)\mathrm{d}t.$$

Общее время восстановления для заданного периода времени $[t_1, t_2]$ равно сумме накопленных продолжительностей неработоспособных состояний. Поэтому среднее время восстановления имеет вид:

$$\mathrm{MTTR} = \frac{\sum_{i \in \mathrm{Hc}} Ast_i(t_1, t_2)}{\overline{N}_R(t_1, t_2)}.$$

Если профилактическое техническое обслуживание не рассматривают, MTTR равно средней продолжительности неработоспособного состояния MDT.

В случае примера, представленного на рисунке 15:

$$V(t_1, t_2) = (\mu_a + \mu_b)\int_{t_1}^{t_2} P_4(t)\mathrm{d}t = (\mu_a + \mu_b)Ast_4(t_1, t_2)$$

$$\text{и MTTR} = \frac{1}{\mu_a + \mu_b}.$$

6.2 Невосстанавливаемый элемент

6.2.1 Общие положения

Этот особый случай показан на рисунках 6 и 7. Все выражения в 6.2 применимы только к COI.

Для каждого показателя представлено следующее:

a) общее выражение;

b) наиболее распространенное выражение (для экспоненциального распределения наработки до отказа объекта);

c) простой пример применения, при необходимости.

6.2.2 Мгновенный коэффициент готовности

Обозначение $A(t)$

Поскольку объект является неремонтируемым, вероятность $A(t)$ того, что объект находится в работоспособном состоянии в момент времени t, является также вероятностью $R(t)$ того, что объект находится в работоспособном состоянии в течение времени $[0, t]$.

Тогда $A(t) \equiv R(t)$, и в этом случае два понятия (вероятность безотказной работы и коэффициент готовности) совпадают. В частности, асимптотическое значение коэффициента готовности A равно 0.

6.2.3 Вероятность безотказной работы

Обозначения $R(t_1, t_2)$ для $0 \le t_1 < t_2$ и $R(t) = R(0, t)$ для $t_1 = 0$ и $t_2 = t$

В этом случае наиболее часто используемые выражения:

- вероятность безотказной работы $R(t) = R(0, t)$, с $R(0) = 1$;
- условная вероятность безотказной работы $R(t, t + x|t)$, когда за период времени $[0, t]$ отказы не происходили.

Относительно вычислений вероятности безотказной работы и коэффициента готовности главные свойства для невосстанавливаемых объектов следующие:

- $R(t) \equiv A(t)$ (см. 6.2.2);
- вероятность $R(t_1, t_2)$ работоспособного состояния объекта в течение периода времени $[t_1, t_2]$, $0 \le t_1 < t_2$, также является вероятностью $R(t_2)$ работоспособного состояния в течение периода времени $[0, t_2]$. Таким образом, $R(t_1, t_2) \equiv R(t_2)$.

a) С математической точки зрения для вероятности безотказной работы справедливо выражение:

$$R(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(x)\mathrm{d}x\right) = \int_t^\infty f(x)\mathrm{d}x,$$

где $\lambda(x)$ — мгновенная интенсивность отказов объекта;

$f(x)$ — плотность распределения наработки до отказа объекта, т. е. для небольших значений Δx, значение $f(x)\,\Delta x$ приближенно равно вероятности того, что отказ объекта произойдет в период времени $(x, x + \Delta x)$.

b) Если имеются данные наблюдений об отказах (данные эксплуатации, обратной связи) для n невосстанавливаемых объектов из однородной совокупности, оценка $R(t)$ имеет вид:

$$R(t) = \frac{n_S(t)}{n},$$

где $n_S(t)$ — количество объектов, функционирующих в момент времени t.

c) Вероятность того, что объект откажет в течение периода времени $[t_1, t_2]$, $0 \le t_1 < t_2$, имеет вид:

$$R(t_1) - R(t_2) = \int_{t_1}^{t_2} f(t)\mathrm{d}t.$$

d) Условная вероятность безотказной работы $R(t, t + x|t)$ представляет собой условную вероятность того, что объект может выполнять необходимую функцию в течение данного периода времени $[t, t + x]$ при условии, что объект находится в состоянии функционирования в начале периода времени

$$R(t, t + x|t) = \exp\left(-\int_{t}^{t+x} \lambda(t)\mathrm{d}t\right) = \frac{R(t + x)}{R(t)}.$$

Если $\lambda(t) = \lambda = \mathrm{const}$, т. е. если наработка до отказа подчиняется экспоненциальному распределению, то

$$R(t) = \exp(-\lambda t).$$

$$R(t, t + x|t) = \exp(-\lambda x).$$

Примечание — Этот результат следует из фундаментального марковского свойства: если объект остается работоспособным в течение времени t, то будущее рассматриваемой системы не зависит от того, что произошло до момента времени t. Это свойство называется отсутствием последействия.

e) Для объекта с постоянной интенсивностью отказов $\lambda = 1$ (год)$^{-1}$ и необходимым временем функционирования, равным шести месяцам, вероятность безотказной работы равна

$$R(6\ \text{мес}) = \exp\left(-1\cdot\frac{6}{12}\right) = 0{,}61.$$

6.2.4 Мгновенная интенсивность отказов

Обозначение $\lambda(t)$

В соответствии с определением:

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{1}{\Delta t} \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{R(t)}.$$

Если Δt — небольшое значение, произведение $\lambda(t)\cdot\Delta t$ приближенно равно условной вероятности того, что отказ объекта произойдет в период времени $[t, t + \Delta t]$, при условии, что объект находится в работоспособном состоянии в момент времени t.

Используя интенсивность отказов, вероятность того, что объект откажет в период времени $[t_1, t_2]$, имеет вид:

$$F(t_1,t_2) = R(t_1) - R(t_2) = \exp\left(-\int_0^{t_1} \lambda(t)\mathrm{d}t\right) - \exp\left(-\int_0^{t_2} \lambda(t)\mathrm{d}t\right);$$

a) Если имеются данные об отказах для n невосстанавливаемых объектов из однородной совокупности, оценка $\lambda(t)$ в момент времени t имеет вид:

$$\hat{\lambda}(t) = \frac{n_S(t) - n_S(t + \Delta t)}{n_S(t)\Delta t},$$

где $n_S(t)$ — количество объектов, функционирующих в момент времени t;

$n_S(t) - n_S(t + \Delta t)$ — количество объектов, отказавших за период времени $[t, t + \Delta t]$.

Примечание — Оценка плотности распределения отказов $f(t)$ в момент времени t имеет вид:

$$\hat{f}(t) = \frac{n_S(t) - n_S(t + \Delta t)}{n\Delta t}.$$

b) Если наработка до отказа подчиняется экспоненциальному распределению, т. е. $\lambda(t) = \lambda$ для всех значений t, то

$$f(t) = \lambda\exp(-\lambda t),$$

$$R(t) = \exp(-\lambda t);$$

c) Если имеются данные об отказах для n невосстанавливаемых объектов из однородной совокупности, с постоянной интенсивностью отказов, то оценкой λ является следующая оценка максимального правдоподобия:

$$\hat{\lambda} = \frac{n}{\sum\limits_{i=1}^{n} \mathrm{TTF}_i},$$

где TTF_i — наработка до отказа i-го объекта.

Для 10 невосстанавливаемых объектов из однородной совокупности, с постоянной интенсивностью отказов, наблюдаемая полная наработка до отказа всех объектов равна $\sum\limits_{i=1}^{10} \mathrm{TTF}_i = 2$ года; следовательно:

$$\hat{\lambda} = \frac{10}{12} = 5\ (\text{лет})^{-1}.$$

d) Если наработка до отказа невосстанавливаемого объекта подчиняется двухпараметрическому распределению Вейбулла с параметрами масштаба $\alpha > 0$ и формы $\beta > 0$, то (см. [4])

$$R(t) = \exp(-(\alpha t)^{\beta}).$$

Следовательно,

$$f(t) = \frac{-\mathrm{d}R(t)}{\mathrm{d}t} = \alpha\beta(\alpha t)^{\beta-1}\exp(-(\alpha t)^{\beta}),$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \alpha\beta(\alpha t)^{\beta-1}.$$

Для $\beta = 2$ и $\alpha = 0{,}5$ (года)$^{-1}$

$$\lambda(6\ \text{мес}) = 0{,}5 \cdot 2 \cdot \left(0{,}5 \cdot \frac{1}{2}\right) = 0{,}25\ (\text{года})^{-1},$$

$$\lambda(1\ \text{год}) = 0{,}5 \cdot 2 \cdot (0{,}5 \cdot 1) = 0{,}5\ (\text{года})^{-1}.$$

6.2.5 Средняя интенсивность отказов

Обозначение $\overline{\lambda}(t_1, t_2)$, $0 \le t_1 < t_2$.

a) Так как $R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(\tau)\mathrm{d}\tau}$, средняя интенсивность отказов имеет вид.

$$\overline{\lambda}(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} \lambda(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{t_2 - t_1}\ln\frac{R(t_1)}{R(t_2)}.$$

Предупреждение: формула $R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(\tau)\mathrm{d}\tau} = e^{-t\frac{1}{t}\int_0^t \lambda(\tau)\mathrm{d}\tau} = e^{-t\overline{\lambda}(0,t)}$ показывает, что средняя интенсивность отказов может быть использована для вычисления $R(t)$. Однако это следует делать с осторожностью, так как $\lambda(0, t)$ не является интенсивностью отказов (см. 6.1.5.2).

b) Если наработка до отказа подчиняется экспоненциальному распределению, то для всех значений t_1 и t_2:

$$\overline{\lambda}(t_1, t_2) = \lambda.$$

c) Пусть t_1 = 6 месяцев, $R(t_1) = 0{,}8$ и t_2 = 12 мес, $R(t_2) = 0{,}5$, тогда

$$\overline{\lambda}(6,\ 12) = \frac{1}{12-6}\ln\frac{0{,}8}{0{,}5} = \ln(1{,}6)/6 = \frac{0{,}47}{6} = 0{,}078\ (\text{мес})^{-1},$$

где

$$\overline{\lambda}(0,\ 6) = \frac{1}{6-0}\ln\frac{1}{0{,}8} = \ln(1{,}25)/6 = \frac{0{,}22}{6} = 0{,}037\ (\text{мес})^{-1}.$$

6.2.6 Средняя наработка до отказа

MTTF (сокращение)

В случае невосстанавливаемого объекта MTTF также является MTTFF (средняя наработка до первого отказа). Для MTTF справедлива следующая формула:

$$\mathrm{MTTF} = \mathrm{MTTFF} = \int_0^\infty tf(t)\mathrm{d}t = \int_0^\infty R(t)\mathrm{d}t.$$

a) Если имеются данные об отказах (данные эксплуатации, обратной связи) для n невосстанавливаемых объектов из однородной совокупности, то оценкой MTTF является

$$\widetilde{\mathrm{MTTF}} = \widetilde{\mathrm{MTTFF}} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\mathrm{TTF}_i}{n},$$

где TTF_i — наблюдаемая наработка до отказа i-го объекта.

Примечание — Приведенная формула справедлива только тогда, когда все n объектов отказали в течение периода наблюдения. Если это не так, продолжительность периода наблюдений T может быть использована в качестве TTF неотказавших объектов, что позволяет получить гарантированную (заниженную) оценку MTTF;

b) Если наработка до отказа подчиняется экспоненциальному распределению, т. е. $\lambda(t) = \lambda$ для всех значений t, то

$$\mathrm{MTTF} = \frac{1}{\lambda},$$

и тогда в качестве оценки постоянной интенсивности отказов может быть использована следующая:

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{\widetilde{\mathrm{MTTF}}};$$

c) Для невосстанавливаемого объекта с постоянной интенсивностью отказов $\lambda = 0{,}5$ (года)$^{-1}$, MTTF = 2 года = 17520 (ч);

d) Если наработка до отказа невосстанавливаемого объекта подчиняется распределению Вейбулла с двумя параметрами, параметром масштаба $\alpha > 0$ и параметром формы $\beta > 0$, то

$$R(t) = \exp(-(\alpha t)^{\beta}),$$

$$\mathrm{MTTF} = \frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)}{\alpha},$$

где

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1}e^{-t}\mathrm{d}t.$$

полная гамма-функция (см. [4]).

Для $\beta = 2$ и $\alpha = 0.5$ (года)$^{-1}$:

$$\mathrm{MTTF} = \frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{2}\right)}{0{,}5} = 2\cdot\Gamma\left(1+\frac{1}{2}\right),$$

но

$$\Gamma\left(1+\frac{1}{2}\right) = \Gamma\left(\frac{1}{2}\right)/2 = \sqrt{\pi}/2,$$

следовательно,

$$\mathrm{MTTF} = \sqrt{\pi} \approx 1{,}8\ (\text{года}) = 21\ (\text{мес}).$$

6.3 Восстанавливаемый элемент с нулевым временем восстановления

6.3.1 Общие положения

Этот частный случай показан на рисунках 8 и 9.

Все выражения, приведенные в 6.3, применимы к COI. Ограничения применения к IOI установлены. Для каждого показателя представлено следующее:

a) общее выражение, полученное на основе простого процесса восстановления [9];

b) наиболее распространенное выражение (для случаев, когда наработки до отказа объекта подчиняются экспоненциальному распределению);

c) простой пример применения при необходимости.

6.3.2 Вероятность безотказной работы

Обозначение $R(t_1, t_2)$, $0 \le t_1 < t_2$

Вероятность безотказной работы $R(t_1, t_2)$ за период времени $[t_1, t_2]$ называют также интервальной вероятностью безотказной работы.

a) Вероятность безотказной работы объекта за период времени $[t_1, t_2]$ показана на рисунке 32.

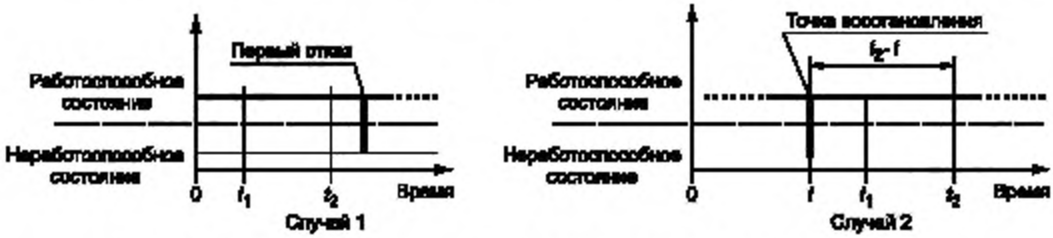


Рисунок 32 — Пример изменения вероятности безотказной работы за период времени $[t_1, t_2]$ для нулевого времени восстановления элемента

Из рисунка 32 видно, что необходимо рассмотреть два случая:

- в течение периода времени $[0, t_2]$ не произошло ни одного отказа. Это вероятность безотказной работы $R(t_2)$;

- за указанный период времени произошел хотя бы один отказ, отказавший объект восстановлен в момент времени t, $t < t_1$, в период времени от t_1 до t_2 отказов не было:

вероятность того, что произошел один отказ (и был устранен) в момент времени t является безусловным параметром потока отказов $z(t)$;

вероятность того, что у объекта не было отказов за период времени $[t, t_2]$, в соответствии с предположением, что объект после ремонта совсем как новый является вероятностью безотказной работы за время $t_2 - t$, $R(t_2 - t)$.

Так как t может принимать значения от 0 до t_1, $R(t_1, t_2)$ можно записать в виде (см. [4] и [5])

$$R(t_1,t_2) = R(t_2) + \int_0^{t_1} R(t_2 - t)z(t)\mathrm{d}t.$$

Здесь $z(t)$ — безусловный мгновенный параметр потока отказов объекта. Это также плотность основного процесса восстановления, т. е. для малых значений Δt, величина $z(t)\,\Delta t$ приближенно равна (безусловной) вероятности того, что отказ объекта происходит (ремонт объекта выполняют в течение нулевого времени) в течение периода времени $[t, t + \Delta t]$, т. е. $R(t) = R(0, t)$ — вероятность безотказной работы объекта

$$R(t) = \int_t^{\infty} f(s)\mathrm{d}s,$$

где $f(t)$ — плотность распределения (также называемая плотностью распределения отказов) наработок до отказа объекта, т. е. для малых Δt, величина $f(t)\cdot\Delta t$ приближенно равна вероятности того, что объект отказывает в течение периода времени $[t, t + \Delta t]$. Более точно это приближенное значение представляет собой вероятность того, что заданная наработка до отказа заканчивается в течение периода времени $[t, t + \Delta t]$ при условии, что наработка до отказа имеет начало в момент времени $t = 0$.

b) Если имеются данные об отказах для n восстанавливаемых объектов из однородной совокупности, то оценкой $R(t_1, t_2)$ является

$$\hat{R}(t_1,t_2) = \frac{n_S(t_1,t_2)}{n},$$

где $n_S(t_1, t_2)$ — количество объектов, функционирующих в момент времени t_1 и не отказавших в течение периода времени $[t_1, t_2]$.

c) Задав $t_1 = t$ и $t_2 = t + x$, можно получить асимптотическую интервальную безотказность (см. [5]):

$$\lim_{t\to\infty} R(t,t+x) = \frac{1}{\mathrm{MTTF}}\int_x^{\infty} R(s)\mathrm{d}s,$$

которую для больших значений t можно использовать в качестве приближения $R(t, t + x)$, где MTTF — средняя наработка до отказа.

Это асимптотическое выражение следует из ключевой теоремы восстановления (см. [4]).

Данную асимптотическую интервальную вероятность безотказной работы не следует путать с асимптотической вероятностью безотказной работы $R(\infty)$, которая всегда равна 0.

d) Если $\lambda(t) = \lambda$ постоянна, т. е. наработки до отказа подчиняются экспоненциальному распределению, то

$$R(t_1, t_2) = \exp[-\lambda \cdot (t_2 - t_1)].$$

В этом случае асимптотическая интервальная вероятность безотказной работы имеет вид:

$$\lim_{t\to\infty} R(t,t+x) = \exp(-\lambda x).$$

e) Для восстанавливаемого объекта с постоянной интенсивностью отказов $\lambda = 1$ (год)$^{-1}$, его вероятность безотказной работы за шесть месяцев равна

$$R(t,t+6) = \exp\left(-1\cdot\frac{6}{12}\right) = 0{,}61,$$

где t — начальная точка шестимесячного периода.

6.3.3 Мгновенный параметр потока отказов

Обозначение $z(t)$

Выражения, приведенные в данном разделе, относятся также к IOI.

a) В соответствии с определением $z(t)$ — производная от математического ожидания количества отказов $Z(t) = E[N(t)]$ за период времени $[0, t]$, где $N(t)$ —количество отказов за период времени $[0, t]$, и E — знак математического ожидания

$$z(t) = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{[Z(t+\Delta t) - Z(t)]}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}Z(t)}{\mathrm{d}t}.$$

Для малых значений Δt величина $z(t)\cdot\Delta t$ приближенно равна (безусловной) вероятности того, что отказ объекта произойдет в период времени $[t, t + \Delta t]$.

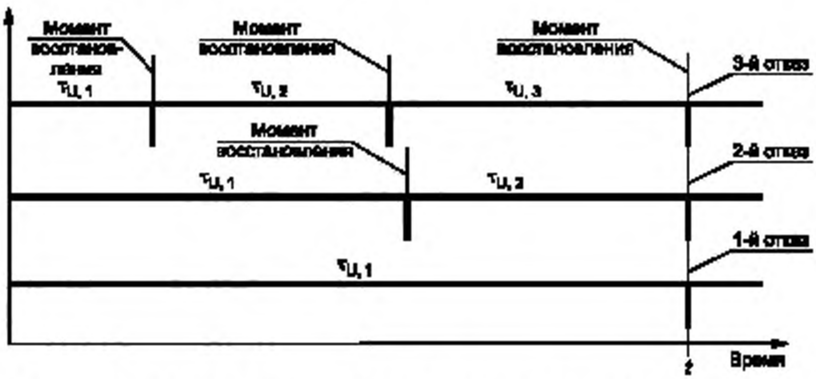


Рисунок 33 — Выборка возможного количества отказов за время восстановления t

На рисунке 33 показано что, если один отказ/ремонт происходит в момент времени t, он может быть первым, вторым, третьим, n-м отказом/ремонтом.

Рассмотрим случайную величину $\theta_n(t) = \sum_{i=1}^{n} \tau_{U,\,i}(t)$. Вероятность того, что n-й отказ произойдет в течение периода времени от t до t + dt равна вероятности того, что $t < \theta_n(t) \le t + \mathrm{d}t$. Ее задает плотность распределения $\Theta_n(t)$. В моделях восстановления ее обозначают $h^{(n)}_{\mathrm{CTTF}}(t)$ [4]. Из этого следует, что $z(t)$ можно записать в виде:

$$z(t) = \sum_{n=1}^{\infty} h^{(n)}_{\mathrm{CTTF}}(t).$$

Величина $h^{(n)}_{\mathrm{CTTF}}(t)$ представляет собой плотность распределения календарного времени до n-го отказа объекта. Она представляет собой сумму случайных величин. Поэтому в соответствии с основными свойствами случайных величин ей соответствует свертка плотностей распределения случайных величин, входящих в сумму. В соответствии с предположением о полном восстановлении объекта после ремонта все плотности распределения $\tau_{U,\,i}$, равны $f_U(t)$, т. е. плотности распределения продолжительности работоспособного состояния объекта, следовательно, для небольших значений Δt произведение $f_U(t) \cdot \Delta t$ приближенно равно вероятности того, что работоспособное состояние объекта заканчивается в период времени (t, $t + \Delta t$), при условии, что оно началось в момент времени t = 0.

Примечание — Если объект работает непрерывно, $f_U(t) = f(t)$.

Это позволяет записать

$$h^{(n)}_{\mathrm{CTTF}}(t) = f^{(n)}_U(t),$$

где $f^{(n)}_U(t)$ — произведение n функций $f_U(t)$.

Поэтому

$$h^{(n)}_{\mathrm{CTTF}}(t) = f^{(n)}_U(t) = f^{(n-1)}_U(t) * f_U(t) = (h^{(n-1)}_{\mathrm{CTTF}} * f_U)(t),$$

где знак «*» использован для обозначения свертки.

Примечание — Свертка двух функций $x(t)$ и $y(t)$ означает $x(t) * y(t) = \int_0^t x(t-\tau)y(\tau)\mathrm{d}\tau$.

Наконец, $h^{(n)}_{\mathrm{CTTF}}(t)$ можно вычислить с помощью рекурсивных соотношений:

$$h^{(1)}_{\mathrm{CTTF}}(t) = f_U(t),$$

$$h^{(n)}_{\mathrm{CTTF}}(t) = \int_0^t f_U(x) h^{(n-1)}_{\mathrm{CTTF}}(t-x)\mathrm{d}x \text{ для } n > 1.$$

В результате для $z(t)$ получена следующая формула:

$$z(t) = h^{(1)}_{\mathrm{CTTF}}(t) + \sum_{n=2}^{\infty} h^{(n)}_{\mathrm{CTTF}}(t) = f_U(t) + \sum_{n=2}^{\infty} \int_0^t f_U(x) h^{(n-1)}_{\mathrm{CTTF}}(t-x)\mathrm{d}x =$$

$$= f_U(t) + \sum_{j=1}^{\infty} \int_0^t f_U(x) h^{(j)}_{\mathrm{CTTF}}(t-x)\mathrm{d}x = f_U(t) + \int_0^t f_U(x) \sum_{j=1}^{\infty} h^{(j)}_{\mathrm{CTTF}}(t-x)\mathrm{d}x.$$

Мгновенный параметр потока отказов $z(t)$ удовлетворяет следующему интегральному уравнению (см. [4] и [9]):

$$z(t) = f_U(t) + \int_0^t f_U(x) z(t-x)\mathrm{d}x,$$

которое может быть решено численными методами.

b) Если имеются данные об отказах для n восстанавливаемых объектов, то оценка $z(t)$ имеет вид:

$$\hat{z}(t) = \frac{n_F(t, t + \Delta t)}{n \Delta t},$$

где $n_F(t, t + \Delta t)$ — количество отказов, наблюдаемых в течение периода времени $[t, t + \Delta t]$.

c) Если продолжительность работоспособного состояния подчиняется экспоненциальному распределению, безусловный параметр потока отказов равен $A(t) \cdot \lambda_U$. Поскольку объект восстанавливают немедленно после отказа и это выполняется в любой момент времени, то $A(t) = 1$ и $z(t) = \lambda_U$.

Для объекта непрерывного длительного применения $\lambda_U = \lambda$.

6.3.4 Асимптотический параметр потока отказов

Обозначение $z(\infty)$

Выражения, приведенные ниже, относятся также к IOI.

a) В соответствии с определением $z(\infty)$ — предел (если он существует), мгновенного параметра потока отказов $z(t)$, когда время t стремится к бесконечности:

$$z(\infty) = \lim_{t \to \infty} z(t).$$

По определению математическое ожидание количества отказов за период времени $[0, t]$, $Z(t)$ равно

$$Z(t) = \int_0^t z(\tau)\mathrm{d}\tau.$$

Если $z(t)$ достигает асимптотического значения при t, стремящемся к бесконечности, тогда (см. 6.1.6):

$$\lim_{t \to \infty} \frac{Z(t)}{t} = z(\infty).$$

В соответствии с определением среднего времени между отказами METBF математическое ожидание количества отказов $Z(t)$ за период времени $[0, t]$ стремится к $\dfrac{t}{\text{METBF}}$, если t увеличивается. В случае нулевого времени восстановления MDT равно нулю и METBF = MUT

$$\lim_{t \to \infty} \frac{Z(t)}{t} = \frac{1}{\text{MUT}}.$$

Наконец, если предел существует, асимптотический параметр потока отказов $z(\infty)$ имеет вид:

$$z(\infty) = \lim_{t \to \infty} z(t) = \frac{1}{\text{MUT}}.$$

При соответствующих предположениях о $f_U(t)$ приведенное выражение следует из теоремы о плотности восстановлений (см. [4], [8], [14] и [22]).

Примечание — Самый легкий способ проверки условий существования $z(\infty)$ состоит в следующем:
- MUT < ∞;
- $f_U(t)$ является ограниченной функцией на интервале $[0, +\infty]$ и стремится к 0 при $t \to +\infty$.

b) Если имеются данные об отказах для n восстанавливаемых объектов из однородной совокупности, и время t является достаточно большим, то оценка $z(\infty)$ имеет вид:

$$\hat{z}(\infty) = \hat{z}(t) = \frac{n_F(t, t + \Delta t)}{n\Delta t},$$

где $n_F(t, t + \Delta t)$ — количество отказов, наблюдаемых за период времени $[t, t + \Delta t]$.

Для малых значений Δt и больших значений t величина $z(\infty) \cdot \Delta t$ приближенно равна (безусловной) вероятности того, что отказ объекта произойдет в период времени $[t, t + \Delta t]$.

c) Если продолжительность работоспособного состояния подчиняется экспоненциальному распределению [см. 6.3.3 c)], то $z(\infty) = \lambda_U$.

Для объекта непрерывного длительного применения $\lambda_U = \lambda$ (см. 3.5, примечание 2 и 3.6, примечание 3).

6.3.5 Средний параметр потока отказов

Обозначение $\overline{z}(t_1, t_2)$, $0 \le t_1 < t_2$.

Выражения, приведенные ниже, относятся также к IOI.

a) $\overline{z}(t_1, t_2) = \dfrac{1}{t_2 - t_1} \displaystyle\int_{t_1}^{t_2} z(t)\mathrm{d}t.$

Интеграл $\int_{t_1}^{t_2} z(t)\mathrm{d}t$ представляет собой математическое ожидание количества отказов объекта за период времени $[t_1, t_2]$, следовательно, $\overline{z}(t_1, t_2)$ можно интерпретировать как математическое ожидание количества отказов в единицу времени за период времени $[t_1, t_2]$.

b) Если имеются данные об отказах для n восстанавливаемых объектов однородной совокупности, то оценка $\overline{z}(t_1, t_2)$ имеет вид:

$$\hat{\overline{z}}(t_1, t_2) = \frac{n_F(t_1, t_2)}{n(t_1 - t_2)},$$

где $n_F(t_1, t_2)$ — количество отказов, наблюдаемых за период времени $[t_1, t_2]$.

c) Пусть $t_1 = t$ и $t_2 = t + x$, тогда асимптотический средний параметр потока отказов имеет вид:

$$\lim_{t \to \infty} \overline{z}(t,\ t + x) = \frac{1}{\mathrm{METBF}}.$$

Примечание — Это равенство следует из равновесия, достигнутого процессом восстановления, когда t стремится к бесконечности. Если это равновесие достигнуто, количество отказов, наблюдаемых за период времени $[t, t + x]$, стремится к x/METBF, и поэтому среднее количество отказов стремится к 1/METBF. Это равенство может быть показано более строго при использовании теоремы Блэквелла (см. [4]).

В случае нулевой продолжительности ремонта METBF равно MUT и:

$$\lim_{t \to \infty} \overline{z}(t,\ t + x) = \frac{1}{\mathrm{MUT}}.$$

Эту величину для больших значений t можно использовать в качестве приближения $\overline{z}(t, t + x)$.

d) Если продолжительность работоспособного состояния подчиняется экспоненциальному распределению [см. 6.3.3 с)], то $\overline{z}(t_1, t_2) = \lambda_U$.

Для объекта непрерывного длительного применения λ_U равняется λ (см. 3.5, примечание 2 и 3.6, примечание 3). Тогда $\overline{z}(t_1, t_2) = \lambda$.

6.3.6 Среднее время между отказами

Выражения, приведенные ниже, относятся также к IOI.

a) В этом случае MDT равна нулю, и среднее время между отказами сокращается до MUT (см. 6.1.4):

$$\mathrm{METBF} = \mathrm{MUT} = \int_0^{\infty} t f_U(t)\mathrm{d}t,$$

где $f_U(t)$ — плотность распределения продолжительности работоспособного состояния (включая функционирование, плановые простои, резервирование и периоды внешнего отключения).

Примечание — В случаях, когда предположение, приведенное в 5.5.1 f), не справедливо, например, при выполнении действий предотвращающих отказы, время между отказами включает время выполнения таких действий. В этом случае, METBF > MUT.

Если объект работает непрерывно, то среднее время между отказами равно:

- средней наработке до отказа (MTTF);
- средней наработке между отказами (MOTBF);
- средней продолжительности работоспособного состояния (MUT).

b) Если продолжительность работоспособного состояния подчиняется экспоненциальному распределению, среднее время между отказами равно $\frac{1}{\lambda_U}$.

Если объект непрерывно функционирует $\lambda_U = \lambda$.

6.3.7 Средняя наработка до отказа

MTTF (сокращение)

a) В случае восстанавливаемого элемента и использования предположения о восстановлении до уровня «совсем как новый» MTTF имеет то же самое значение, что и MTTFF (средняя наработка до первого отказа). Эта величина может быть вычислена по следующей общей формуле:

$$\mathrm{MTTF} = \mathrm{MTTFF} = \int_0^\infty t f(t)\mathrm{d}t = \int_0^\infty R(t)\mathrm{d}t,$$

b) Если имеются наработки до отказа всех n объектов из однородной совокупности, то оценка MTTF имеет вид:

$$\widehat{\mathrm{MTTF}} = \frac{\text{Общая наработка}}{k_F} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\text{наработка})_i}{k_F},$$

где «общая наработка» — совокупная наработка всех n объектов за заданный период времени; k_F — общее количество отказов, наблюдаемых за заданный период времени; «$(\text{наработка})_i$» — совокупная наработка i-го объекта за заданный период времени.

c) Если наработка до отказа подчиняется экспоненциальному распределению, то

$$\mathrm{MTTF} = \frac{1}{\lambda}.$$

d) Для восстанавливаемого объекта с постоянной интенсивностью отказов 0,5 $(\text{года})^{-1}$

MTTF = 2 года = 17 520 (ч).

6.3.8 Средняя наработка между отказами

MOTBF (сокращение)

a) Поскольку время восстановления равно нулю, MOTBF равна MTTF:

$$\mathrm{MOTBF} = \mathrm{MTTF} = \int_0^\infty t f_U(t)\mathrm{d}t = \int_0^\infty R(t)\mathrm{d}t.$$

Примечание — Для объектов непрерывного длительного применения MOTBF равна MUT. В этом случае MOTBF = MTTF = MUT.

b) Если наработка до отказа подчиняется экспоненциальному распределению

$$\mathrm{MOTBF} = \frac{1}{\lambda}.$$

6.3.9 Мгновенный коэффициент готовности, средний коэффициент готовности и асимптотический коэффициент готовности

Поскольку объект восстанавливают мгновенно, его мгновенный коэффициент готовности равен 1 в любое время:

$$A(t) \equiv 1,\ \forall t \in [0, \infty].$$

Таким образом, средняя и асимптотическая готовности также равны 1:

$$\bar{A}(t_1, t_2) = A = A(t) \equiv 1,\ \forall t \in [0, \infty].$$

Поэтому данная модель не очень полезна с точки зрения вычислений коэффициента готовности.

6.3.10 Средняя продолжительность работоспособного состояния

MUT (сокращение)

Приведенные в данном подразделе выражения относятся также к IOI.

a) $\mathrm{MUT} = \int_0^\infty t f_{\mathrm{U}}(t)\mathrm{d}t = \int_0^\infty (1 - F_{\mathrm{U}}(t))\mathrm{d}t,$

где $f_{\mathrm{U}}(t)$ — плотность распределения продолжительности работоспособного состояния объекта (включая работу, плановые простои, резервирование и периоды внешнего отключения).

В случае нулевой продолжительности ремонта MDT = 0 и METBF = MUT. Для объекта непрерывного длительного применения

MUT = MTTF = MTTFF = MOTBF = METBF.

b) Если продолжительность работоспособного состояния объекта подчиняется экспоненциальному распределению, то

$$\mathrm{MUT} = \frac{1}{\lambda_U}.$$

Если объект функционирует непрерывно, $\lambda_U = \lambda$ (см. 3.5, примечание 2 и 3.6, примечание 3).

6.4 Восстанавливаемый объект с ненулевым временем восстановления

6.4.1 Общие положения

Приведенные в 6.4 выражения применимы к COI. Ситуации, когда они применимы к IOI, указаны.

Для каждого показателя приведена следующая информация:

a) общее выражение;

b) наиболее распространенное выражение (для случаев, когда наработка до отказа, продолжительность работоспособного состояния, продолжительность неработоспособного состояния, время восстановления и продолжительность ремонта объекта подчиняются экспоненциальному распределению);

c) простой пример применения, при необходимости.

6.4.2 Вероятность безотказной работы

Обозначение $R(t_1, t_2)$, $0 \le t_1 < t_2$

Вероятность безотказной работы $R(t_1, t_2)$ за период времени $[t_1, t_2]$ также называют интервальной вероятностью безотказной работы.

a) Вероятность безотказной работы объекта за период времени $[t_1, t_2]$ показана на рисунке 34.

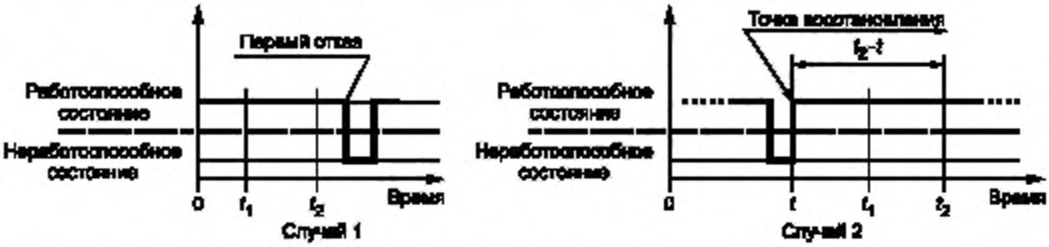


Рисунок 34 — Пример вероятности безотказной работы за период времени $[t_1, t_2]$ для ненулевого времени восстановления элемента

Рисунок 34 аналогичен рисунку 32, но точки восстановления расположены после завершения ремонта. Различие состоит в том, что вероятность того, что ремонт завершится в момент времени t, задают интенсивностью ремонта $v(t)$ вместо параметра потока отказов $z(t)$. Поэтому в соответствии с 6.3.2, вероятность безотказной работы восстанавливаемого объекта с ненулевым временем восстановления за период времени $[t_1, t_2]$ можно записать следующим образом (см. [5] и [4]):

$$R(t_1, t_2) = R(t_2) + \int_0^{t_1} R(t_2 - t)v(t)\mathrm{d}t,$$

где первый член $R(t_2)$ представляет собой вероятность безотказной работы за время t_2, а второй член — вероятность восстановления (после отказа) за время $t (t < t_1)$ и работы до времени t_2; $v(t)$ — мгновенный параметр потока восстановлений объекта, т. е. для малых значений Δt, величина $v(t) \cdot \Delta t$ приближенно равна вероятности того, что восстановление объекта происходит за период времени $[t, t + \Delta t]$ (см. определение 3.1); $R(t) = R(0, t)$ — вероятность безотказной работы объекта.

$$R(t) = \int_t^{\infty} f(s)\mathrm{d}s,$$

где $f(t)$ — плотность распределения наработки до отказа объекта, т. е. для малых значений Δt, величина $f(t) \cdot \Delta t$ приближенно равна вероятности того, что объект откажет за период времени $[t, t + \Delta t]$. Более точно, это приближенная вероятность того, что данная наработка до отказа заканчивается в течение периода времени $[t, t + \Delta t]$, при условии, что началом наработки до отказа был момент времени $t = 0$.

Примечание — $R(t_1, t_2)$ является (безусловной) вероятностью безотказного непрерывного функционирования объекта в течение периода времени $[t_1, t_2]$. Выражение может быть неверным для IOI.

b) Если имеются данные об отказах n восстанавливаемых объектов из однородной совокупности, то оценка $R(t_1, t_2)$ имеет вид:

$$\widehat{R}(t_1,t_2)=\frac{n_S(t_1,t_2)}{n},$$

где $n_S(t_1, t_2)$ — количество объектов, которые функционировали без отказов с момента времени t_1 в течение периода времени $[t_1, t_2]$.

c) Пусть $t_1 = t$ и $t_2 = t + x$, можно определить асимптотическую интервальную вероятность безотказной работы (см. [5] и [4]):

$$\lim_{t\to\infty} R(t,t+x)=\frac{1}{\mathrm{MTTF}+\mathrm{MTTR}}\int_x^{\infty} R(s)\mathrm{d}s,$$

которую для больших значений t можно использовать в качестве приближения $R(t, t + x)$, где MTTF — средняя наработка до отказа; MTTR — среднее время восстановления.

Это выражение следует из ключевой теоремы восстановления (см. [5]).

d) Если наработка до отказа подчиняется экспоненциальному распределению, тогда

$$R(t_1, t_2) = A(t_1)\exp(-\lambda\cdot(t_2 - t_1)),$$

где $A(t_1)$ — мгновенный коэффициент готовности в момент времени t_1.

Примечания

1 Вероятность того, что объект находится в работоспособном состоянии в течение периода времени $[t_1, t_2]$, т. е. $R(t_1, t_2)$, равна вероятности того, что объект находится в работоспособном состоянии в момент времени t_1 (т. е. коэффициент готовности в момент времени t_1, $A(t_1)$), умноженный на условную вероятность отсутствия отказов в период времени $[t_1, t_2]$, т. е. $\exp[-\lambda\cdot(t_2 - t_1)]$, поскольку рассматривается экспоненциальный случай (также см. [4]).

$$\lim_{t\to\infty} R(t,t+x)=\frac{\mathrm{MTTF}}{\mathrm{MTTF}+\mathrm{MTTR}}\exp(-\lambda x).$$

2 Приведенную формулу для $R(t_1, t_2)$ часто используют для определения $R(t)$, полагая $t_1 = 0$, $t_2 = t$, $R(t_1, t_2) = R(0, t) = R(t)$ и $A(t_1) = A(0) = 1$.

e) Если наработка до отказа и время восстановления подчиняются экспоненциальному распределению, то используя марковские методы или преобразование Лапласа можно получить следующие выражения (см. [4]):

$$R(t_1,t_2)=A(t_1)e^{-\lambda(t_2-t_1)}=\left(\frac{\mu_R}{\lambda+\mu_R}+\frac{\lambda}{\lambda+\mu_R}e^{-(\lambda+\mu_R)t_1}\right)e^{-\lambda(t_2-t_1)},$$

$$\lim_{t\to\infty} R(t,t+x)=\frac{\mu_R}{\lambda+\mu_R}\exp(-\lambda x).$$

f) На рисунке 35 показано использование приведенной формулы для вычисления $R(t, t + 1/4)$ применительно к COI с $\lambda = 2$ (года)$^{-1}$ и интенсивностью восстановления $\mu_R = 10$ (лет)$^{-1}$.

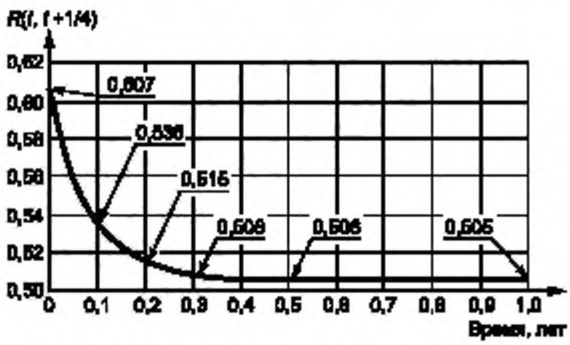


Рисунок 35 — График зависимости от времени $R(t, t + 1/4)$

Эта кривая показывает, что $R(t, t + 1/4)$ уменьшается от 0,607 в точке $t = 0$ до 0,505, когда t стремится к бесконечности.

6.4.3 Мгновенный параметр потока отказов

Обозначение $z(t)$

Выражения в 6.4.3 также относятся к IOI.

а) В соответствии с определением $z(t)$ — производная от математического ожидания количества отказов $Z(t) = E[N(t)]$ за период времени $[0, t]$, включая продолжительность работоспособного и неработоспособного состояний, где $N(t)$ — количество отказов в период времени $[0, t]$, E — знак математического ожидания. Таким образом,

$$z(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{Z(t + \Delta t) - Z(t)}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}Z(t)}{\mathrm{d}t}.$$

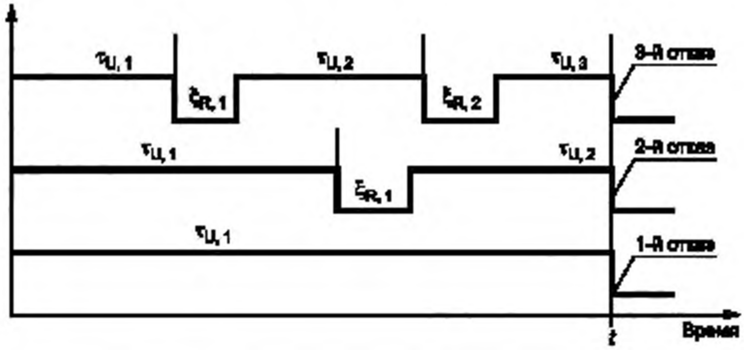


Рисунок 36 — Выборка возможного количества отказов за время t

Рисунок 36 показывает, что, когда один отказ происходит в момент времени t, он может быть первым, вторым, третьим и n-м отказом.

Рассмотрим случайную величину

$$\theta_n(t) = \sum_{i=1}^{n} [\xi_{R,i}(t) + \tau_{U,i+1}(t)].$$

Тогда вероятность появления n-го отказа в период времени от t до $t + \mathrm{d}t$ равна вероятности того, что $t < \theta_n(t) \le t + \mathrm{d}t$. Эту вероятность определяет плотность распределения $\Theta_n(t)$, которая имеет вид $h^{(n)}_{\mathrm{CTTF}}(t)$ в теории альтернирующего процесса восстановления (см. [4]). Из этого следует, что $z(t)$ можно записать в виде

$$z(t) = \sum_{n=1}^{\infty} h^{(n)}_{\mathrm{CTTF}}(t),$$

где $h^{(n)}_{\mathrm{CTTF}}(t)$ — плотность распределения календарного времени до n-го отказа объекта. Эта формула аналогична формуле для случая с нулевым временем восстановления, приведенной в 6.3.3, но плотность распределения $f_{\mathrm{U}}(t)$ от τ_{U}, заменена плотностью распределения $f_{\mathrm{R+U}}(t)$ от $(\xi_{R,i} + \tau_{U,i+1})$ и может быть вычислена с помощью следующих рекурентных соотношений:

$$h^{(1)}_{\mathrm{CTTF}}(t) = f_{\mathrm{U}}(t),$$

$$h^{(n)}_{\mathrm{CTTF}}(t) = \int_0^t h^{(n-1)}_{\mathrm{CTTF}}(x) f_{R+U}(t - x)\mathrm{d}x, \quad n > 1,$$

где $f_{\mathrm{U}}(t)$ — плотность распределения продолжительности работоспособного состояния объекта (включая периоды работы, плановых простоев, резервирования и внешнего отключения). Для малых значений Δt величина $f_{\mathrm{U}}(t) \cdot \Delta t$ приближенно равна вероятности того, что работоспособное состояние объекта завершится в период времени $[t, t + \Delta t]$ при условии, что это состояние началось в момент времени $t = 0$;

Функция $f_{R+U}(t)$ является плотностью распределения суммы времен восстановления ($\xi_{R,i}$) и последующих продолжительностей работоспособного состояния ($\tau_{U,i+1}$). В соответствии со свойствами плотности распределения для $f_{R+U}(t)$ справедливо выражение:

$$f_{R+U}(t) = \int_0^t g_R(t-s) f_U(s) \mathrm{d}s,$$

где $g_R(t)$ — плотность распределения времени восстановления объекта, т. е. для малых значений Δt величина $g_R(t) \cdot \Delta t$ приближенно равна вероятности того, что объект восстановлен после отказа до работоспособного состояния в период времени $[t, t + \Delta t]$ в предположении, что отказ произошел в момент времени $t = 0$.

В соответствии со свойствами свертки $f_{R+U}(t) = f_{U+R}(t)$.

Для малых значений Δt величина $z(t) \cdot \Delta t$ приближенно равна (безусловной) вероятности того, что отказ объекта происходит в период времени $[t, t + \Delta t]$.

Примечание — Пусть $\tau_{U,1}$, $\xi_{R,1}$, $\tau_{U,2}$, $\xi_{R,2}$,..., $\tau_{U,n}$, $\xi_{R,n}$... последовательность продолжительностей работоспособного состояния (τ_U) и времен восстановления (ξ_R) объекта. Тогда $h^{(n)}_{CTTF}(t)$ — плотность распределения суммы

$$\tau_{U,1} + (\xi_{R,1} + \tau_{U,2}) + (\xi_{R,2} + \tau_{U,3}) + ... + (\xi_{R,n-1} + \tau_{U,n}),$$

в то время как $f_{R+U}(t)$ является плотностью распределения суммы $\xi_{R,m-1} + \tau_{U,m}$ для любого $m > 2$.

Примечание — Мгновенный параметр потока отказов $z(t)$ и мгновенный параметр потока восстановлений $v(t)$ составляют следующую систему уравнений:

$$z(t) = f_U(t) + \int_0^t f_U(t-s) v(s) \mathrm{d}s,$$

$$v(t) = \int_0^t g_R(t-s) z(s) \mathrm{d}s.$$

Эти уравнения представляют собой систему линейных интегральных уравнений Вольтера (см. [6]), которая может быть решена численными методами.

Эти формулы могут быть получены таким же способом, как в 6.3.3, для

$$z(t) = f_U(t) + \int_0^t f_U(t-s) z(s) \mathrm{d}s,$$

если время восстановления равно нулю:

b) Если имеются данные об отказах для n восстанавливаемых объектов из однородной совокупности, то оценка $z(t)$ имеет вид:

$$\hat{z}(t) = \frac{n_F(t, t+\Delta t)}{n\Delta t},$$

где $n_F(t, t + \Delta t)$ — количество отказов за период времени $[t, t + \Delta t]$, который включает продолжительность работоспособного и неработоспособного состояний.

c) Если продолжительность работоспособного состояния подчиняется экспоненциальному распределению, тогда (см. [23])

$$z(t) = A(t)\,\lambda_U,$$

где $A(t)$ — мгновенный коэффициент готовности.

Примечание — Для отдельного объекта интенсивность отказов λ_U равна условному параметру потока отказов объекта. Тогда вышеупомянутая формула непосредственно вытекает из фундаментальных соотношений между условным и безусловным параметрами потока отказов (см. 6.1.6).

Если объект работает непрерывно, $f_U(t) = f(t)$ и $\lambda_U = \lambda$.

d) Если продолжительность работоспособного состояния и времена восстановления подчиняются экспоненциальному распределению, могут быть использованы марковские методы или преобразование Лапласа (см. [6]):

$$z(t) = \frac{\lambda_U \mu_R}{\lambda_U + \mu_R} + \frac{\lambda_U^2}{\lambda_U + \mu_R} \exp\left[-(\lambda_U + \mu_R)t\right] = A(t)\lambda_U.$$

Для COI λ_U равняется λ (см. 3.5, примечание 2 и 3.6, примечание 3).

е) Рисунок 37 иллюстрирует применение вышеупомянутой формулы при вычислении $z(t)$ для COI с интенсивностью отказов λ = 2 (года)$^{-1}$ и интенсивностью восстановления μ_R = 10 (лет)$^{-1}$.

Примечание — Приведенные цифры показывают, как $z(t)$ сходится к предельному значению.

Рисунок 37 — Пример изменения параметра потока отказов $z(t)$ в зависимости от времени

6.4.4 Асимптотический параметр потока отказов

Обозначение $z(\infty)$

Выражения, приведенные ниже, относятся к IOI.

а) В соответствии с определением $z(\infty)$ — предел (если он существует) мгновенного параметра потока отказов $z(t)$, когда время t стремится к бесконечности:

$$z(\infty) = \lim_{t \to \infty} z(t).$$

По определению METBF = MUT + MDT является средним временем между двумя последовательными отказами. Тогда средним количеством отказов за период времени [0, t] является $Z(t) \approx t$ / METBF.

Как показано в примечании 1 и в 6.3.4, $z(\infty) = \lim\limits_{t \to \infty} \frac{Z(t)}{t}$.

Поэтому, если предел существует, асимптотический параметр потока отказов $z(\infty)$ имеет вид:

$$z(\infty) = \lim_{t \to \infty} z(t) = \frac{1}{\mathrm{METBF}} = \frac{1}{\mathrm{MUT} + \mathrm{MDT}}.$$

Поскольку профилактическое техническое обслуживание в настоящем стандарте не рассмотрено, то MDT = MTTR. Тогда

$$z(\infty) = \lim_{t \to \infty} z(t) = \frac{1}{\mathrm{MUT} + \mathrm{MTTR}}.$$

Это при выполнении соответствующих предположений о $f_U(t)$ и $gR(t)$ следует из теоремы о плотности восстановлений (см. [4], [8], [14] и [22] и примечание 2).

Примечания

1 Используя элементарную теорему восстановлений (см. [4]):

$$\lim_{t \to \infty} \frac{Z(t)}{t} = \frac{1}{\mathrm{MUT} + \mathrm{MTTR}},$$

но

$$Z(t) = \int_0^t z(s)\mathrm{d}s,$$

следовательно, если $z(\infty)$ существует, то (см. [20])

$$z(\infty) = \lim_{t \to \infty} \frac{Z(t)}{t}.$$

2 Самый простой способ проверки условий существования $z(\infty)$ состоит в следующем: MUT < ∞, MTTR < ∞; по крайней мере одна из $f_U(t)$ или $g_R(t)$ является ограниченной функцией на интервале [0, + ∞] и стремится к 0 при $t \to +\infty$.

b) Если имеются данные об отказах для n восстанавливаемых объектов из однородной совокупности и время t является достаточно большим, то оценка $z(\infty)$ имеет вид:

$$\hat{z}(\infty) = \hat{z}(t) = \frac{n_F(t, t+\Delta t)}{n\Delta t},$$

где $n_F(t, t + \Delta t)$ — количество отказов за период времени $[t, t + \Delta t]$.

Для малых значений Δt и больших значений t величина $z(\infty)\ \ \Delta t$ приближенно равна (безусловной) вероятности того, что отказ объекта произойдет в период времени $[t, t + \Delta t]$.

c) Если продолжительность работоспособного состояния подчиняется экспоненциальному распределению, тогда (см. [23])

$$z(\infty) = A\lambda_U,$$

где A — асимптотический коэффициент готовности.

Если объект непрерывно работает, $f_U(t) = f(t)$ и $\lambda_U = \lambda$.

d) Если продолжительность работоспособного состояния и время восстановления подчиняются экспоненциальному распределению, то [см. 6.4.3 d)]

$$z(\infty) = \lim_{x \to \infty} z(t) = \frac{\lambda_U \mu_R}{\lambda_U + \mu_R} = \frac{1}{\dfrac{1}{\lambda_U} + \dfrac{1}{\mu_R}}.$$

Для COI $\lambda_U = \lambda$ (см. 3.5, примечание 2 и 3.6, примечание 3).

e) Для COI с интенсивностью отказов $\lambda = 2$ (года)$^{-1}$ и интенсивностью восстановлений μ_R = = 10 (лет)$^{-1}$

$$z(\infty) = \frac{20}{12} = 1{,}7\ (\text{года})^{-1}$$

Это показано на рисунке 37.

6.4.5 Средний параметр потока отказов

Обозначение $\bar{z}(t_1, t_2)$, $0 \le t_1 < t_2$

Выражения, приведенные ниже, относятся также к IOI.

a) По определению

$$\bar{z}(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} z(t)\mathrm{d}t.$$

Интеграл $\int_{t_1}^{t_2} z(t)\mathrm{d}t$ равен математическому ожиданию количества отказов объекта за период времени $[t_1, t_2]$. Следовательно, $z(t_1, t_2)$ можно интерпретировать как математическое ожидание количества отказов в единицу времени за период времени $[t_1, t_2]$.

b) Если имеются данные об отказах для n восстанавливаемых объектов из однородной совокупности, оценка $z(t_1, t_2)$ имеет вид:

$$\hat{\bar{z}}(t_1, t_2) = \frac{n_F(t_1, t_2)}{n(t_1 - t_2)},$$

где $n_F(t_1, t_2)$ — количество отказов за период времени $[t_1, t_2]$, который включает продолжительность работоспособного и неработоспособного состояний.

c) Пусть $t_1 = t$ и $t_2 = t + x$, асимптотический средний параметр потока отказов может быть получен следующим образом:

$$\lim_{x\to\infty} \overline{z}(t, t+x) = \frac{1}{\text{METBF}} = \frac{1}{\text{MUT}+\text{MDT}}.$$

Примечание — Это равенство вытекает из равновесия, достигнутого процессом восстановления, когда t стремится к бесконечности. Если это равновесие достигнуто, количество отказов, наблюдаемых за период времени $[t, t+x]$, стремится к x/METBF, и поэтому среднее количество отказов стремится к 1/METBF. Это равенство может быть обосновано более точно при использовании теоремы Блэквелла (см. [4]).

Поскольку профилактическое техническое обслуживание в настоящем стандарте не рассмотрено, MDT может быть заменено на MTTR в формуле

$$\lim_{x\to\infty} \overline{z}(t, t+x) = \frac{1}{\text{MUT}+\text{MTTR}},$$

которая для больших значений t может быть использована в качестве приближения $z(t, t+x)$.

d) Если продолжительность работоспособного состояния подчиняется экспоненциальному распределению (см. [23])

$$\overline{z}(t_1, t_2) = \bar{A}(t_1, t_2)\lambda_U.$$

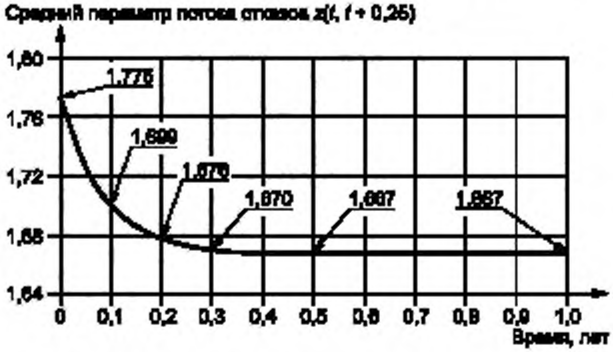
Если объект работает непрерывно, то $\lambda_U = \lambda$.

e) Если продолжительность работоспособного состояния и время восстановления подчиняются экспоненциальному распределению, тогда (см. [6] и [7])

$$\overline{z}(t_1, t_2) = \frac{\lambda_U \mu_R}{\lambda_U + \mu_R} + \frac{\lambda_U^2}{(\lambda_U + \mu_R)^2} \frac{\exp[-(\lambda_U + \mu_R)t_1] - \exp[-(\lambda_U + \mu_R)t_2]}{t_2 - t_1} = \overline{A}(t_1, t_2)\lambda_U.$$

Для COI $\lambda_U = \lambda$.

f) На рисунке 38 показано применение вышеупомянутой формулы при вычислении среднего параметра потока отказов для COI с интенсивностью отказов λ = 2 (года)$^{-1}$ и интенсивностью восстановлений μ_R = 10 (лет)$^{-1}$.



Примечание — Приведенные цифры показывают, как средний параметр потока отказов сходится к предельному значению.

Рисунок 38 — Пример графика зависимости от времени среднего параметра потока отказов $z(t, t + 1/4)$

6.4.6 Средняя наработка до отказа

MTTF (сокращение)

a) В случае восстанавливаемого элемента и при выполнении предположения «совсем как новый», MTTF имеет то же самое значение, что и MTTFF (средняя наработка до первого отказа). Она может быть вычислена по следующей формуле:

$$\text{MTTF} = \text{MTTFF} = \int_0^\infty t f(t)\mathrm{d}t = \int_0^\infty R(t)\mathrm{d}t,$$

где $R(t)$ — вероятность безотказной работы объекта

$$R(t) = \int_{t}^{\infty} f(s)\mathrm{d}s.$$

Если имеются наработки до отказа n объектов из однородной совокупности, то оценка MTTF имеет вид:

$$\widehat{\mathrm{MTTF}} = \frac{\text{Общая наработка}}{k_O} = \frac{\sum_{i=1}^{m}(\text{наработка})_i}{k_O},$$

где «общая наработка» — совокупная (суммарная) наработка всех n объектов за данный период времени; k_O — общее количество отказов объектов работавших в течение заданного периода времени; «(наработка)$_i$» — общая наработка i-го объекта за заданный период времени.

b) Если наработки до отказа подчиняются экспоненциальному распределению, то

$$\mathrm{MTTF} = \frac{1}{\lambda}.$$

c) Для COI с интенсивностью отказов $\lambda = 2$ (года)$^{-1}$:

$$\mathrm{MTTF} = \frac{1}{2} = 0{,}5 \text{ (года)} = 4380 \text{ ч}.$$

6.4.7 Среднее время между отказами (см. 3.3)

METBF (сокращение)

Приведенные ниже выражения справедливы также для IOI.

a) В соответствии с 6.1.4 METBF = MUT + MTTR:

$$\mathrm{METBF} = \int_{0}^{\infty} tf_U(t)\mathrm{d}t + \int_{0}^{\infty} tg_R(t)\mathrm{d}t.$$

Если объект работает непрерывно:

$$\mathrm{METBF} = \mathrm{MTTF} + \mathrm{MTTR}.$$

Примечание — В случаях, когда предположение 5.5.1 f) несправедливо, время между отказами может включать некоторые периоды неработоспособного состояния, связанные с выполнением профилактического технического обслуживания. Тогда формула, установленная в 6.1.4, все еще справедлива:

$$\mathrm{METBF} = \mathrm{MUT} + \mathrm{MDT}.$$

b) Если имеются данные об отказах n аналогичных восстанавливаемых объектов, то оценка среднего времени между отказами имеет вид:

$$\widehat{\mathrm{METBF}} = \frac{\text{Общее время наблюдений}}{k_F} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\text{время наблюдений})_i}{k_F} = \widehat{\mathrm{METBF}},$$

где «общее время наблюдений» — совокупное календарное время наблюдений за всеми n объектами, включая периоды работоспособного и неработоспособного состояния;

«(время наблюдений)$_i$» — полное календарное время наблюдений за i-м объектом, включая периоды работоспособного и неработоспособного состояния;

k_F — общее количество отказов n объектов за установленное время наблюдений.

c) Если продолжительность работоспособного состояния и время восстановления объекта подчиняются экспоненциальному распределению, то

$$\mathrm{METBF} = \frac{1}{\lambda_U} + \frac{1}{\mu_R} = \frac{\lambda_U + \mu_R}{\lambda_U \mu_R}.$$

Если объект работает непрерывно, то $\lambda_U = \lambda$.

d) Для объекта непрерывного длительного применения с интенсивностью отказов $\lambda = 2$ (года)$^{-1}$ и интенсивностью восстановлений $\mu_R = 10$ (лет)$^{-1}$

$$\text{METBF} = \frac{12}{20} = 0{,}6 \text{ (года)} = 5256 \text{ (ч)}.$$

6.4.8 Средняя наработка между отказами

MOTBF (сокращение)

a) На основе предположений в 5.5.1

$$\text{MOTBF} = \text{MTTF (см. 6.3.8)}.$$

b) Если наработки до отказа подчиняются экспоненциальному распределению, то

$$\text{MOTBF} = \frac{1}{\lambda}.$$

c) Для объекта непрерывного длительного применения с интенсивностью отказов $\lambda = 2$ (года)$^{-1}$

$$\text{MOTBF} = \frac{1}{2} = 0{,}5 \text{ (года)} = 4380 \text{ (ч)}.$$

6.4.9 Мгновенный коэффициент готовности

Обозначение $A(t)$

Приведенные ниже выражения справедливы также для IOI.

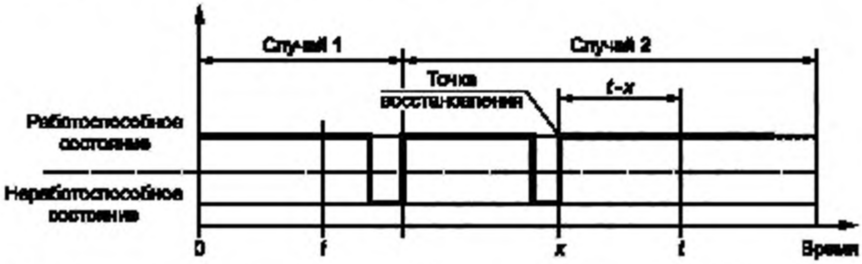


Рисунок 39 — Изменение коэффициента готовности в момент времени t для элемента с ненулевым временем восстановления

a) Как показано на рисунке 39 для определения мгновенного коэффициента готовности $A(t)$ объекта в момент времени t следует рассмотреть две ситуации:

- за период времени $[0, t]$ не произошло ни одного отказа $R(t)$;
- по крайней мере, один отказ произошел в момент времени $x < t$, в период времени $[x, t]$ не произошло ни одного отказа.

Поэтому мгновенный коэффициент готовности можно определить при использовании параметра потока восстановлений $v(t)$ объекта, который является вероятностью того, что восстановление завершается в момент времени t:

$$A(t) = R(t) + \int_0^{t_c} R(t - x)v(x)dt.$$

Заменяя вероятность безотказной работы $R(t)$ на $F_U(t) = 1 - R(t)$ выражение для мгновенного коэффициента готовности восстанавливаемого объекта с ненулевым временем восстановления в момент времени t можно записать в виде (см. [4], [5] и [22]):

$$A(t) = 1 - F_U(t) + \int_0^{t_c} \left[1 - F_U(t - x)\right] v(x)\mathrm{d}x,$$

где $F_U(t)$ — функция распределения продолжительности работоспособного состояния объекта

$$F_U(t) = \int_0^t f_U(s)\mathrm{d}s,$$

$F_U(t)$ — вероятность того, что продолжительность работоспособного состояния объекта меньше или равна t; $R(t) = 1 - F_U(t)$;

$v(t)$ — мгновенный параметр потока восстановлений объекта.

П р и м е ч а н и е — Мгновенный коэффициент готовности $A(t)$ представляет собой вероятность того, что объект находится в работоспособном состоянии в момент времени t. Это происходит в случае, если у объекта не было отказов до момента времени t или если у объекта была готовность в момент времени $t - s$ и за период времени $[t - s, t]$ отказы не возникали. Это приводит к следующему интегральному уравнению (см. [4]):

$$A(t) = 1 - F_U(t) + \int_0^t f_{R+U}(s) A(t-s) \mathrm{d}s,$$

которое может быть решено численными методами, где

$$f_{R+U}(t) = \int_0^t g_R(t-s) f_U(s) \mathrm{d}s$$

является плотностью распределения суммы продолжительности работоспособного состояния и соответствующего времени восстановления;

b) Если имеются данные для n восстанавливаемых объектов из однородной совокупности, то оценка $A(t)$ имеет вид:

$$\hat{A}(t) = \frac{n_U(t)}{n},$$

где $n_U(t)$ — количество объектов, находящихся в работоспособном состоянии в момент времени t. Если объект работает непрерывно, то $R_U(t) = R(t)$ и $f_U(t) = f(t)$.

c) Если продолжительность работоспособного состояния и время восстановления подчиняются экспоненциальному распределению, то, используя марковские методы или преобразование Лапласа, можно получить следующее выражение (см. [4], [6] и [7]):

$$A(t) = \frac{\mu_R}{\lambda_U + \mu_R} + \frac{\lambda_U}{\lambda_U + \mu_R} \exp\left[-(\lambda_U + \mu_R)t\right].$$

Если объект работает непрерывно, то $\lambda_U = \lambda$;

d) На рисунке 40 показано применение приведенной формулы для COI с интенсивностью отказов $\lambda = 2$ (года)$^{-1}$ и интенсивностью восстановлений $\mu_R = 10$ (лет)$^{-1}$.

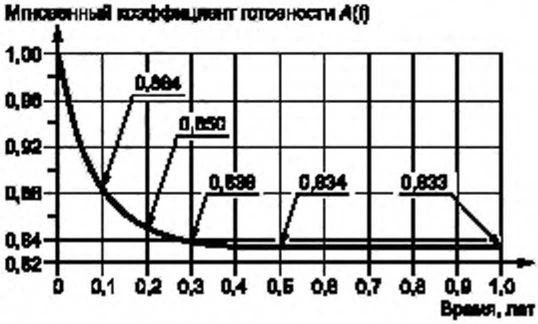


Рисунок 40 — График зависимости от времени мгновенного коэффициента готовности $A(t)$

6.4.10 Мгновенный коэффициент неготовности

Обозначение $U(t)$

Приведенные ниже выражения справедливы также для IOI.

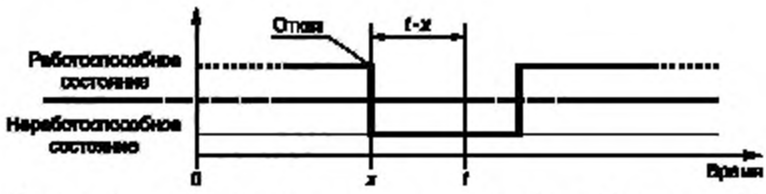


Рисунок 41 — Изменение состояния неготовности в момент времени t для объекта с ненулевым временем восстановления а) Мгновенный коэффициент неготовности $U(t)$ равен вероятности того, что объект находится в неработоспособном состоянии в момент времени t. Как показано на рисунке 41 объект находится в неработоспособном состоянии в момент времени t, если отказ произошел в момент времени x и восстановление не было завершено в период времени $[x, t]$. Поэтому мгновенный коэффициент неготовности $U(t)$ восстанавливаемого объекта с ненулевым временем восстановления можно записать в виде (см. [22]):

$$U(t) = 1 - A(t) = \int_0^t \left[1 - G_R(t - x)\right] z(x) \mathrm{d}x,$$

где $z(t)$ — мгновенный параметр потока отказов объекта; $G_R(t)$ — функция распределения времени восстановления объекта

$$G_R(t) = \int_0^t g_R(s) \mathrm{d}s,$$

которая представляет собой вероятность того, что восстановление объекта завершено в момент времени t. В этой формуле $g_R(t)$ — функция плотности времени восстановления объекта;

b) Если имеются данные о неработоспособном состоянии для n восстанавливаемых объектов из однородной совокупности, то оценка $U(t)$ имеет вид:

$$\widehat{U}(t) = \frac{n_D(t)}{n},$$

где $n_D(t)$ — количество объектов, находящихся в неработоспособном состоянии в момент времени t.

с) Если продолжительность работоспособного состояния объекта и время восстановления подчиняются экспоненциальному распределению, то (см. [6] и [7]).

$$U(t) = \frac{\lambda_U}{\lambda_U + \mu_R}\left(1 - \exp\left[-(\lambda_U + \mu_R)t\right]\right).$$

Если объект работает непрерывно, $\lambda_U = \lambda$.

d) На рисунке 42 показано применение приведенной выше формулы для COI с интенсивностью отказов $\lambda = 2$ (года)$^{-1}$ и интенсивностью восстановлений $\mu_R = 10$ (лет)$^{-1}$.

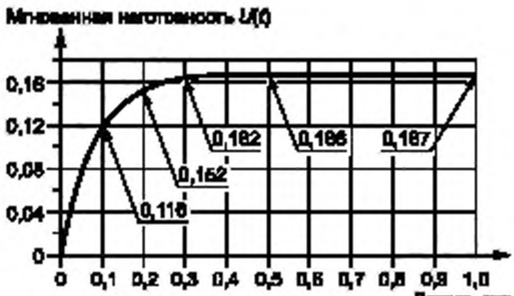


Рисунок 42 — График зависимости от времени мгновенного коэффициента неготовности $U(t)$

6.4.11 Средний коэффициент готовности

Обозначение $\bar{A}(t_1, t_2)$, $0 \le t_1 < t_2$.

Приведенные ниже выражения справедливы также для IOI.

а) В соответствии с определением средний коэффициент готовности имеет вид:

$$\overline{A}(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} A(t) \mathrm{d}t.$$

Интеграл $\int_{t_1}^{t_2} A(t)\mathrm{d}t$ представляет собой математическое ожидание продолжительности работоспособного состояния объекта, накопленной за период времени $[t_1, t_2]$, следовательно, $\bar{A}(t_1, t_2)$ представляет собой математическое ожидание доли периода времени $[t_1, t_2]$, в течение которого объект находится в работоспособном состоянии.

Из этого следует, что средний коэффициент готовности $\bar{A}(t_1, t_2)$ и средняя накопленная продолжительность работоспособного состояния объекта $\mathrm{MAUT}(t_1, t_2)$ за период времени $[t_1, t_2]$ связаны

$$\mathrm{MAUT}(t_1,t_2) = \int_{t_1}^{t_2} A(t)\mathrm{d}t = \overline{A}(t_1,t_2)\cdot(t_2 - t_1).$$

b) Если имеются данные о продолжительностях работоспособного состояния объекта за период времени $[t_1, t_2]$ для n восстанавливаемых объектов из однородной совокупности, то оценка $\bar{A}(t_1, t_2)$ имеет вид:

$$\hat{\overline{A}}(t_1,t_2) = \frac{\text{Общая продолжительность Рс}}{(t_2 - t_1)n} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\text{продолжительность Рс})_i}{(t_2 - t_1)n},$$

где «общая продолжительность Рс» — совокупная продолжительность работоспособного состояния всех n объектов в период времени $[t_1, t_2]$; «(продолжительность Рс)$_i$» — общее время работоспособного состояния i-го объекта за период времени $[t_1, t_2]$.

c) Оценка средней накопленной продолжительности работоспособного состояния $\mathrm{MAUT}(t_1, t_2)$ за период времени $[t_1, t_2]$ имеет вид:

$$\widehat{\mathrm{MAUT}}(t_1,t_2) = \frac{\text{Общая продолжительность Рс}}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\text{продолжительность Рс})_i}{n},$$

где «общая продолжительность работоспособного состояния объекта» — совокупная продолжительность работоспособного состояния всех n объектов за период времени $[t_1, t_2]$; «(продолжительность Рс)$_i$» — общая продолжительность работоспособного состояния i-го объекта за период времени $[t_1, t_2]$;

d) В соответствии с предположениями 5.5.1 асимптотический средний коэффициент готовности $\overline{A} = \lim_{t_2 \to \infty} \overline{A}(t_1, t_2)$ равен асимптотическому коэффициенту готовности (см. 6.1.2.3 и [20]):

$$\overline{A} = A = \frac{\mathrm{MUT}}{\mathrm{MUT} + \mathrm{MTTR}}.$$

e) Если продолжительность работоспособного состояния объекта и время восстановления объекта подчиняются экспоненциальному распределению, то интегрирование $A(t)$ по интервалу времени $[t_1, t_2]$ дает:

$$\mathrm{MAUT}(t_1,t_2) = \frac{(t_2 - t_1)\mu_R}{\lambda_U + \mu_R} + \frac{\lambda_U\left\{\exp\left[-(\lambda_U + \mu_R)t_1\right] - \exp\left[-(\lambda_U + \mu_R)t_2\right]\right\}}{(\lambda_U + \mu_R)^2}.$$

Деление этого выражения на $(t_2 - t_1)$ приводит к следующим результатам:

$$\overline{A}(t_1,t_2) = \frac{\mathrm{MAUT}(t_1,t_2)}{t_2 - t_1} = \frac{\mu_R}{\lambda_U + \mu_R} + \frac{\lambda_U}{(\lambda_U + \mu_R)^2}\frac{\exp\left[-(\lambda_U + \mu_R)t_1\right] - \exp\left[-(\lambda_U + \mu_R)t_2\right]}{t_2 - t_1} = \frac{\overline{z}(t_1,t_2)}{\lambda_U}.$$

Если объект работает непрерывно, то $\lambda_U = \lambda$.

f) На рисунке 43 показано применение полученной выше формулы для объекта непрерывного длительного применения с интенсивностью отказов $\lambda = 2$ (года)$^{-1}$ и интенсивностью восстановлений $\mu_R = 10$ (лет)$^{-1}$.

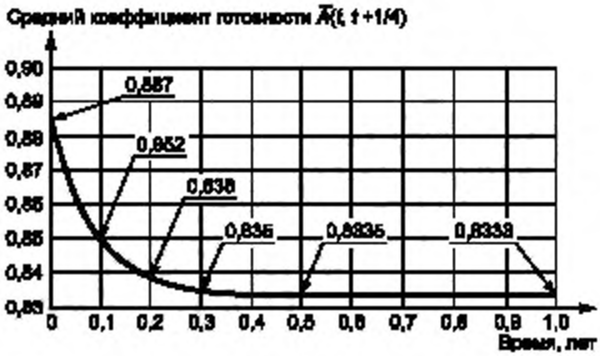


Рисунок 43 — График зависимости от времени среднего коэффициента готовности $\bar{A}(t, t + 1/4)$

Средняя накопленная продолжительность работоспособного состояния объекта MAUT (0,1) в течение первого года может быть вычислена следующим образом:

$$\mathrm{MAUT}(0,1) = A(0,1)\cdot 1 = \left[\bar{A}\left(0,\frac{1}{4}\right)+\bar{A}\left(\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right)+\bar{A}\left(\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right)+\bar{A}\left(\frac{3}{4},1\right)\right]/\,4,$$

$$\mathrm{MAUT}(0,1) = (0{,}8875 + 0{,}8360 + 0{,}8335 + 0{,}8333)/4 = 0{,}847 \text{ лет} = 7424 \text{ ч.}$$

6.4.12 Средний коэффициент неготовности

Обозначение $U(t_1, t_2)$, $0 \le t_1 < t_2$

Приведенные ниже выражения справедливы также для IOI.

а) В соответствии с определением средний коэффициент неготовности имеет вид:

$$\bar{U}(t_1,t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} U(t)\mathrm{d}t = 1 - \bar{A}(t_1,t_2).$$

Интеграл $\int_{t_1}^{t_2} U(t)\mathrm{d}t$ представляет собой математическое ожидание продолжительности неработоспособного состояния объекта, накопленной за период времени $[t_1, t_2]$, следовательно, $\bar{U}(t_1, t_2)$ представляет собой математическое ожидание доли периода времени $[t_1, t_2]$, в течение которой объект находится в неработоспособном состоянии.

Из этого следует, что средний коэффициент неготовности $\bar{U}(t_1, t_2)$ и средняя накопленная продолжительность неработоспособного состояния объекта $\mathrm{MADT}(t_1, t_2)$ за период времени $[t_1, t_2]$ связаны

$$\mathrm{MADT}(t_1,t_2) = \int_{t_1}^{t_2} U(t)\mathrm{d}t = \bar{U}(t_1,t_2)\cdot(t_2 - t_1).$$

b) Если имеются данные о продолжительности неработоспособного состояния объекта за период времени $[t_1, t_2]$ для n восстанавливаемых объектов из однородной совокупности, то оценка $\bar{U}(t_1, t_2)$ имеет вид:

$$\hat{\bar{U}}(t_1,t_2) = \frac{\text{Общее время Нс}}{(t_2 - t_1)n} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\text{время Нс})_i}{(t_2 - t_1)n}.$$

с) Оценка средней накопленной продолжительности неработоспособного состояния объекта $\mathrm{MADT}(t_1, t_2)$ за период времени $[t_1, t_2]$ имеет вид:

$$\widehat{\mathrm{MADT}}(t_1,t_2) = \frac{\text{Общее время Нс}}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\text{время Нс})_i}{n},$$

где «общая продолжительность Нс» — совокупная продолжительность неработоспособного состояния всех n объектов за период времени $[t_1, t_2]$; «(продолжительность Нс)$_i$» — общая продолжительность неработоспособного состояния i-го объекта за период времени $[t_1, t_2]$.

d) В соответствии с предположениями 5.5.1 асимптотический средний коэффициент неготовности $\bar{U} = \lim_{t_2 \to \infty} \bar{U}(t_1, t_2)$ равен асимптотическому коэффициенту неготовности U (см. 6.1.2.3 и [20]):

$$\bar{U} = U = \frac{\mathrm{MTTR}}{\mathrm{MUT} + \mathrm{MTTR}}.$$

e) Если продолжительность неработоспособного состояния объекта и время восстановления подчиняются экспоненциальному распределению, то интегрирование $U(t)$ по интервалу $[t_1, t_2]$ дает:

$$\mathrm{MADT}(t_1,t_2) = \frac{(t_2 - t_1)\lambda_U}{\lambda_U + \mu_R} - \frac{\lambda_U\left\{\exp\left[-(\lambda_U + \mu_R)t_1\right] - \exp\left[-(\lambda_U + \mu_R)t_2\right]\right\}}{\left(\lambda_U + \mu_R\right)^2}.$$

Деление этого выражения на $(t_2 - t_1)$ приводит к следующему результату:

$$\bar{U}(t_1,t_2) = \frac{\mathrm{MADT}(t_1,t_2)}{t_2 - t_1} = \frac{\lambda_U}{\lambda_U + \mu_R} - \frac{\lambda_U}{\left(\lambda_U + \mu_R\right)^2}\frac{\exp\left[-(\lambda_U + \mu_R)t_1\right] - \exp\left[-(\lambda_U + \mu_R)t_2\right]}{t_2 - t_1} = 1 - \frac{\bar{z}(t_1,t_2)}{\lambda_U}.$$

Если объект работает непрерывно, то $\lambda_U = \lambda$.

f) На рисунке 44 показано применение приведенной формулы для COI с интенсивностью отказов $\lambda = 2$ (лет)$^{-1}$ и интенсивностью восстановлений $\mu_R = 10$ (лет)$^{-1}$.

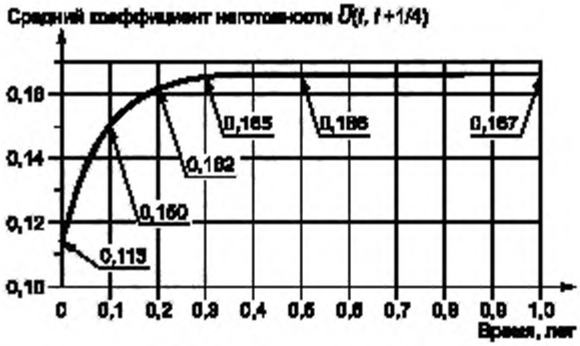


Рисунок 44 — График зависимости от времени среднего коэффициента неготовности $\bar{U}(t, t + 1/4)$

Средняя накопленная продолжительность неработоспособного состояния объекта MADT(0, 1) за первый год может быть вычислена следующим образом:

$$\mathrm{MADT}(0,1) = \bar{U}(0,1)\cdot 1 = \left[\bar{U}\left(0,\frac{1}{4}\right) + \bar{U}\left(\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right) + \bar{U}\left(\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right) + \bar{U}\left(\frac{3}{4},1\right)\right]/4,$$

$$\mathrm{MADT}(0,1) = (0{,}1125 + 0{,}1640 + 0{,}1665 + 0{,}1667)/4 = 0{,}152 \text{ лет} = 1335 \text{ ч}.$$

6.4.13 Асимптотический коэффициент готовности

Обозначение A

Приведенные ниже выражения справедливы также для IOI.

а) Если стационарное состояние существует, асимптотический коэффициент готовности равен асимптотическому среднему коэффициенту готовности и может быть вычислен по следующей общей формуле (см. 6.1.2.3):

$$\lim_{t \to \infty} A(t) = A(\infty) = A = \bar{A} = \frac{\mathrm{MUT}}{\mathrm{MUT} + \mathrm{MDT}}.$$

Поскольку в настоящем стандарте профилактическое обслуживание не рассмотрено, MDT = = MTTR (см. рисунок 2)

$$A = \frac{\mathrm{MUT}}{\mathrm{MUT} + \mathrm{MTTR}}.$$

Если, кроме того, объект работает непрерывно, то

$$A = \frac{\mathrm{MTTF}}{\mathrm{MTTF} + \mathrm{MTTR}}.$$

Если продолжительность работоспособного состояния и время восстановления объекта подчиняются экспоненциальному распределению, то

$$A = \frac{\mu_R}{\lambda_U + \mu_R}.$$

Если объект работает непрерывно, то $\lambda_U = \lambda$.

b) Для COI с интенсивностью отказов $\lambda = 2$ (года)$^{-1}$ и интенсивностью восстановлений $\mu_R =$ $= 10$ (лет)$^{-1}$

$$A = \frac{10}{12} = 0{,}83.$$

Это показано на рисунке 40.

6.4.14 Асимптотический коэффициент неготовности

Обозначение U

Приведенные ниже выражения справедливы также для IOI.

а) Если стационарное состояние существует, асимптотический коэффициент неготовности равен асимптотическому среднему коэффициенту неготовности и может быть вычислен по следующей общей формуле (см. 6.1.2.3):

$$\lim_{t \to \infty} U(t) = U(\infty) = \overline{U} = U = \frac{\mathrm{MDT}}{\mathrm{MUT} + \mathrm{MDT}}.$$

Поскольку в настоящем стандарте профилактическое техническое обслуживание не рассмотрено, MDT = MTTR (см. рисунок 2) и

$$U = \lim_{t \to \infty} U(t) = \frac{\mathrm{MTTR}}{\mathrm{MUT} + \mathrm{MTTR}} = 1 - A.$$

Если, кроме того, объект работает непрерывно, то

$$U = \frac{\mathrm{MTTR}}{\mathrm{MTTF} + \mathrm{MTTR}}.$$

b) Если продолжительность работоспособного состояния и время восстановления объекта подчиняются экспоненциальному распределению, тогда

$$U = \frac{\lambda_U}{\lambda_U + \mu_R}.$$

Если элемент работает непрерывно, то $\lambda_U = \lambda$.

с) Для COI с интенсивностью отказов $\lambda = 2$ (года)$^{-1}$ и интенсивностью восстановления $\mu_R =$ $= 10$ (лет)$^{-1}$, тогда:

$$U = \frac{2}{12} = 0{,}17.$$

Это показано на рисунке 42.

6.4.15 Средняя продолжительность работоспособного состояния объекта

MUT (сокращение)

Приведенные ниже выражения справедливы также для IOI.

а) $\mathrm{MUT} = \int_0^{\infty} t f_U(t)\mathrm{d}t = \int_0^{\infty} (1 - F_U)(t)\mathrm{d}t$, где $f_U(t)$ —плотность распределения продолжительности работоспособного состояния объекта; $F_U(t)$ — функция распределения продолжительности работоспособного состояния объекта.

Примечание — Если объект работает непрерывно, то в соответствии с предположением 5.5.1 f) (т. е. при отсутствии профилактического технического обслуживания):

$$\mathrm{MUT} = \mathrm{MTTF}.$$

Однако при наличии профилактического технического обслуживания соотношение между MUT и MTTF является более сложным и обычно MUT < MTTF.

b) Если имеются данные о периодах работоспособного состояния для n восстанавливаемых объектов из однородной совокупности, то оценка MUT имеет вид:

$$\widetilde{\mathrm{MUT}} = \frac{\text{Общая продолжительность Рс}}{k_U} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\text{продолжительность Рс})_i}{k_U},$$

где «общая продолжительность Рс» — совокупная продолжительность работоспособного состояния всех n объектов за установленное время наблюдения; k_U — общее количество объектов в работоспособном состоянии за время наблюдений; «(продолжительность Рс)$_i$» представляет собой общую продолжительность работоспособного состояния i-го объекта за установленное время наблюдений.

ПРИМЕР. Рассмотрим объект, относящийся к IOI, который работает как описано ниже. Объект начинает работать в момент времени t = 0 и должен работать (находиться в работоспособном состоянии) в течение установленного периода времени [0, X], X > 0, при этом объект может отказывать с постоянной интенсивностью отказов λ > 0. Если у объекта не было отказов за этот период времени, его не используют в последующий фиксированный период времени [X, X + Y], Y > 0, во время которого объект не может отказать (т. е. объект находится в состоянии планового простоя). В момент времени t = X + Y начинается следующее повторение процесса функционирования (как с исходного момента времени t = 0), независимо от предыдущей истории процесса функционирования объекта. Если объект отказывает в период времени [0, X], его восстанавливают до исходного нового состояния и затем повторяют процесс функционирования снова, как в начальный момент времени t = 0, независимо от предыдущей истории процесса функционирования объекта. Продолжительности ремонта не зависят друг от друга и также не зависят от предыдущей истории процесса функционирования объекта (см. рисунок 45).

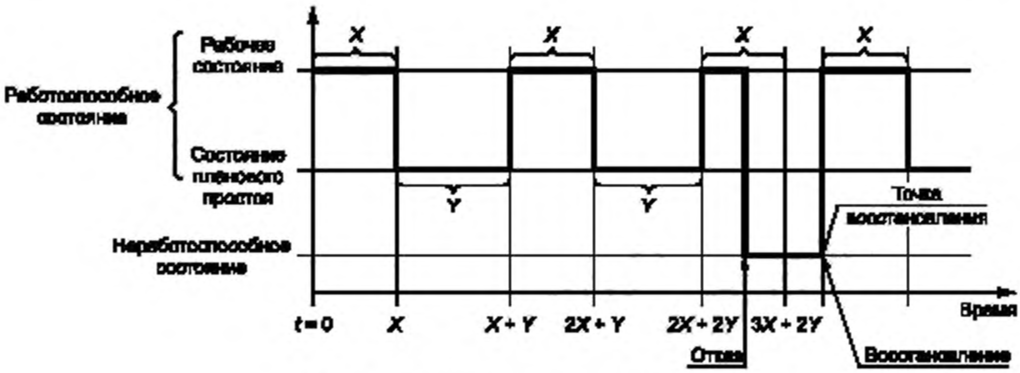


Рисунок 45 — Пример состояний элемента

Из приведенного описания ясно, что последовательные продолжительности работоспособного состояния статистически независимы и являются одинаково распределенными положительными, непрерывными случайными величинами. Поэтому для вычисления MUT можно рассмотреть продолжительность работоспособного состояния объекта до первого отказа, функция $\lambda_U(t)$ изображена на рисунке 46.

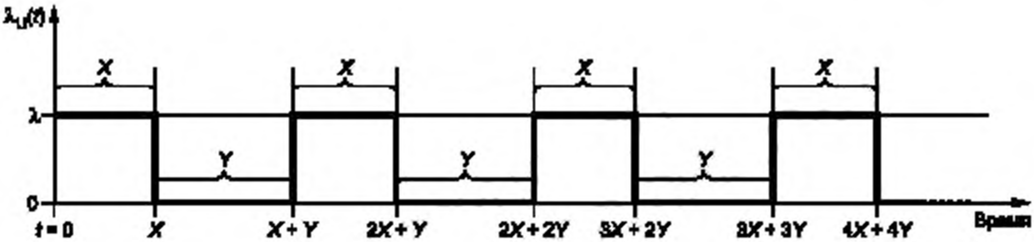


Рисунок 46 — Функция $\lambda_U(t)$

Аналитически вид $\lambda_U(t)$ можно представить следующим образом:

$$\lambda_U(t) = \begin{cases} \lambda, \text{если } n\cdot(X+Y) \le t < n\cdot(X+Y)+X \\ 0, \text{если } n\cdot(X+Y)+X \le t < (n+1)\cdot(X+Y) \end{cases}, n = 0,1,2,...$$

Поскольку

$$1 - F_U(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda_U(x)\mathrm{d}x\right),$$

в соответствии со свойствами $\lambda_U(t)$ эту формулу можно записать в виде:

$$1 - F_U(t) = \begin{cases} \exp(-\lambda\cdot(t - n\cdot Y)), \text{если } n\cdot(X+Y) \le t < n\cdot(X+Y)+X \\ \exp(-\lambda\cdot(n+1)\cdot X), \text{если } n\cdot(X+Y)+X \le t < (n+1)\cdot(X+Y) \end{cases}, n = 0,1,2,...$$

Интегрирование $1 - F_U(t)$ по интервалу [0, ∞] позволяет получить выражение для MUT объекта:

$$\mathrm{MUT} = \frac{1}{\lambda} + Y\cdot\frac{\exp(-\lambda\cdot X)}{1-\exp(-\lambda\cdot X)} = \mathrm{MOTBF} + Y\cdot\frac{\exp(-\lambda\cdot X)}{1-\exp(-\lambda\cdot X)}.$$

Второй член этой формулы равен средней накопленной продолжительности плановых простоев до отказа объекта. При λ = 0,01 $ч^{-1}$ и X = 10 ч получены следующие значения MUT для некоторых значений Y:

MUT = 195 ч для Y = 10 ч, MUT = 290 ч для Y = 20 ч,

MUT = 575 ч для Y = 50 ч, MUT = 1051 ч для Y = 100 ч,

тогда как

MOTBF = 100 (ч).

c) Если продолжительность работоспособного состояния объекта подчиняется экспоненциальному распределению, то

$$\mathrm{MUT} = \frac{1}{\lambda_U}.$$

d) Для восстанавливаемого объекта с λ_U = 2 $(года)^{-1}$

$$\mathrm{MUT} = \frac{1}{2} = 0{,}5 \text{ года} = 4380 \text{ ч}.$$

6.4.16 Средняя продолжительность неработоспособного состояния объекта

MDT (сокращение)

Приведенные ниже выражения справедливы также для IOI.

a) $\mathrm{MDT} = \int_0^\infty t g_D(t)\mathrm{d}t,$

где $g_D(t)$ — плотность распределения продолжительности неработоспособного состояния объекта (которая по определению включает время восстановления объекта после отказа и/или продолжительность профилактического технического обслуживания), т. е. для небольших значений Δt величина $g_D(t) \cdot \Delta t$ приближенно равна вероятности того, что объект возвращается в работоспособное состояние из неработоспособного состояния за период времени $[t, t + \Delta t]$ в предположении, что началом продолжительности неработоспособного состояния является время $t = 0$.

b) Если имеются данные о продолжительностях неработоспособного состояния для n восстанавливаемых объектов из однородной совокупности, то оценка MDT имеет вид:

$$\widehat{\text{MDT}} = \frac{\text{Общая продолжительность Нс}}{k_D} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\text{продолжительность Нс})_i}{k_D},$$

где «общая продолжительность Нс» — совокупная продолжительность неработоспособного состояния всех n объектов за данный период времени;

k_D — общее количество объектов в неработоспособном состоянии за данный период времени;

«(продолжительность Нс)$_i$» — общая продолжительность неработоспособного состояния i-го объекта за заданный период времени.

c) Если продолжительность неработоспособного состояния подчиняется экспоненциальному распределению с параметром μ_D, т. е.

$$g_D(t) = \mu_D \exp(-\mu_D\, t),$$

тогда

$$\text{MDT} = \frac{1}{\mu_D}.$$

Примечание — В соответствии с предположением 5.5.1 (любое неработоспособное состояние является следствием отказа, а профилактическое техническое обслуживание отсутствует), любая продолжительность неработоспособного состояния равна времени восстановления, т. е. MDT = MTTR. Для экспоненциального распределения продолжительности неработоспособного состояния $\mu_D = \mu_R$.

d) Для восстанавливаемого объекта с $\mu_D = 100$ (лет)$^{-1}$.

$$\text{MDT} = \frac{1}{100} = 0{,}01 \text{ года} = 87{,}6 \text{ ч}.$$

6.4.17 Вероятность восстановления

Обозначение $M(t_1, t_2)$, $0 \le t_1 < t_2$

Приведенные ниже выражения справедливы также для IOI.

a) Вероятность того, что техническое обслуживание объекта завершится в период времени $[t_1, t_2]$, при условии, что техническое обслуживание было начато в момент времени $t = 0$, имеет вид:

$$M(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} g_{MA}(t)\mathrm{d}t,$$

где $g_{MA}(t)$ — плотность распределения времени технического обслуживания и ремонта объекта, т. е. для малых значений Δt величина $g_{MA}(t) \cdot \Delta t$ приближенно равна вероятности завершения технического обслуживания и ремонта объекта в период времени $[t, t + \Delta t]$ при условии, что техническое обслуживание началось в момент времени $t = 0$.

Примечание — Плотность $g_{MA}(t)$ отличается от параметра потока восстановлений, представляющего собой вероятность завершения восстановления (например, технического обслуживания) при условии, что объект был полностью работоспособным в момент времени $t = 0$.

На практике применяют вероятность восстановления $M(t)$, определяемую как $M(t) = M(0,t) = \int_0^t g_{MA}(x)\mathrm{d}x$, с $M(0) = 0$. Это вероятность того, что техническое обслуживание будет завершено до момента времени t, при условии, что техническое обслуживание было начато в момент времени $t = 0$, т. е. $M(t)$ является функцией распределения продолжительности технического обслуживания. Функции $M(t_1, t_2)$ и $M(t)$ связаны следующим образом:

$$M(t_1, t_2) = M(t_2) - M(t_1).$$

Примечания

1 $M(t)$ является аналогом (для действий технического обслуживания) $F(t) = 1 - R(t)$ (для отказов). Поэтому формулы выведены таким же образом, как при анализе вероятности безотказной работы. Ремонтопригодность $M(t)$ и среднее время технического обслуживания и ремонта MMAT связаны следующим образом:

$$\mathrm{MMAT} = \int_0^{\infty} 1 - M(t)\mathrm{d}t = \int_0^{\infty} t g_{MA}(t)\mathrm{d}t.$$

2 Данная формула справедлива для любых действий технического обслуживания. Если продолжительность технического обслуживания и ремонта равна продолжительности корректирующего технического обслуживания, то

$$M(t) = G_{\mathrm{ACM}}(t),\ \mathrm{MMAT} = \mathrm{MACMT},$$

где $G_{\mathrm{ACM}}(t)$ — функция распределения продолжительности корректирующего технического обслуживания;

MACMT — продолжительность корректирующего технического обслуживания.

Если ремонт рассматривают как действие технического обслуживания, то

$$M(t) = G(t),\ \mathrm{MMAT} = \mathrm{MRT},$$

где $G(t)$ — функция распределения продолжительности ремонта;

MRT — средняя продолжительность ремонта.

Аналогично, если техническое обслуживание включает все действия формирующие время восстановления, то

$$M(t) = G_{\mathrm{R}}(t),\ \mathrm{MMAT} = \mathrm{MTTR},$$

где $G_{\mathrm{R}}(t)$ — функция распределения времени восстановления; MTTR — среднее время восстановления;

b) Если имеются данные об m периодах технического обслуживания данного типа, которые принадлежат однородной совокупности, оценка $M(t)$ имеет вид:

$$\widehat{M}(t) - \frac{m - m_{\mathrm{MAT}}(t)}{m},$$

где $m_{\mathrm{MAT}}(t)$ — количество технических обслуживаний с продолжительностью более t, т. е. технических обслуживаний, которые не закончены до момента времени t,

$$m_{\mathrm{MAT}}(0) = m.$$

c) Если продолжительность технического обслуживания подчиняется экспоненциальному распределению с параметром μ_{MA}, т. е.

$$g_{\mathrm{MA}}(t) = \mu_{\mathrm{MA}} \exp(-\mu_{\mathrm{MA}} t),$$

тогда

$$M(t_1, t_2) = \exp(-\mu_{\mathrm{MA}} t_1) - \exp(-\mu_{\mathrm{MA}} t_2),$$

$$M(t) = 1 - \exp(-\mu_{\mathrm{MA}} t),$$

$$\mathrm{MMAT} - \frac{1}{\mu_{\mathrm{MA}}}.$$

d) На рисунке 47 показано применение этой формулы для восстанавливаемого объекта с μ_{MA} = = 1000 (лет)$^{-1}$, (т. е. 0,114 2 (ч)$^{-1}$) и $t_2 - t_1$ = 16 ч (при использовании часов вместо лет в качестве единицы измерений).

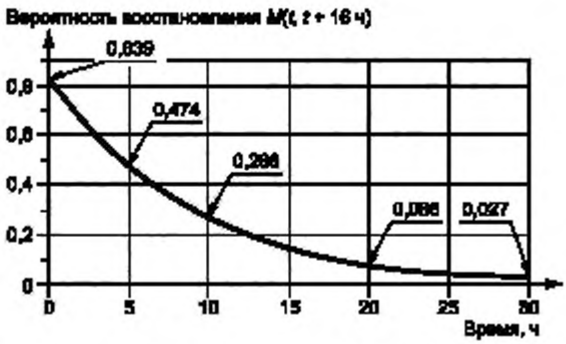


Рисунок 47 — График зависимости от времени $M(t, t + 16$ ч)

6.4.18 Мгновенная интенсивность ремонта

Обозначение $\mu(t)$

Приведенные ниже выражения справедливы также для IOI.

a) В соответствии с определением

$$\mu(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{1}{\Delta t} \frac{G(t + \Delta t) - G(t)}{1 - G(t)} = \frac{g(t)}{1 - G(t)},$$

где $g(t)$ — плотность распределения продолжительности ремонта объекта (исключая технические, логистические и административные простои), т. е. для малых значений Δt величина $g(t)\ \Delta t$ приближенно равна вероятности того, что ремонт, начатый в момент времени $t = 0$, будет завершен в период времени $[t, t + \Delta t]$;

$G(t)$ — функция распределения продолжительности ремонта объекта, т. е. $G(t)$ представляет собой вероятность того, что ремонт, начатый в момент времени $t = 0$, с $G(0) = 0$ будет завершен в момент времени t:

$$G(t) = 1 - \exp\left(-\int_0^t \mu(x)\mathrm{d}x\right) = \int_0^t g(x)\mathrm{d}x.$$

Для малых значений Δt величина $\mu(t)\ \Delta t$ приближенно равна условной вероятности того, что ремонт будет завершен за период времени $[t, t + \Delta t]$ при условии, что ремонт был начат в момент времени $t = 0$ и не был завершен в момент времени t.

b) Если имеются данные о продолжительности ремонта для n восстанавливаемых объектов из однородной совокупности, оценка $\mu(t)$ в момент времени t имеет вид:

$$\hat{\mu}(t) = \frac{n_R(t) - n_R(t + \Delta t)}{n_R(t)\Delta t},$$

где $n_R(t)$ — количество объектов, у которых в момент времени t ремонт еще не завершен $t(n_R(0) = n)$;

$n_R(t) — n_R(t + \Delta t)$ — количество объектов, ремонт которых завершен в период времени $[t, t + \Delta t]$.

Следует отметить, что оценка плотности распределения $g(t)$ в момент времени t имеет вид:

$$\hat{g}(t) = \frac{n_R(t) - n_R(t + \Delta t)}{n\Delta t}.$$

c) Если продолжительность ремонта подчиняется экспоненциальному распределению, то

$$g(t) = \mu\exp(-\mu t),$$

$$G(t) = 1 - \exp(-\mu t),$$

следовательно, для всех значений t

$$\mu(t) = \mu.$$

В этом случае

$$\mathrm{MRT} = \frac{1}{\mu},$$

где MRT — средняя продолжительность ремонта.

d) Если имеются данные о продолжительности ремонта для n восстанавливаемых объектов из однородной совокупности с постоянной интенсивностью ремонта, то оценка μ имеет вид:

$$\hat{\mu} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} RT_i},$$

где RT_i — время ремонта i-го объекта.

Для 10 восстанавливаемых объектов из однородной совокупности с постоянной интенсивностью ремонта наблюдаемая общая продолжительность ремонта всех объектов равна $\sum_{i=1}^{10} RT_i = 5$ (ч), следовательно,

$$\mu = \frac{10}{5} = 2\ (\text{ч})^{-1};$$

е) Если продолжительность ремонта восстанавливаемого объекта подчиняется логарифмически нормальному распределению с параметром масштаба m и параметром формы $\sigma > 0$, то (см. таблицу В.2)

$$g(t) = \frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{(\ln t - m)^2}{2\sigma^2}\right),$$

$$G(t) = \int_0^t g(x)\mathrm{d}x,$$

следовательно,

$$\mu(t) = \frac{g(t)}{1 - G(t)}$$

f) Предположим, что средняя продолжительность ремонта объекта (MRT) равна 1,5 ч, дисперсия продолжительности ремонта (VRT) равна 0,16 ч^2. Для вычисления интенсивности ремонта сначала необходимо определить параметры m и σ логарифмически нормального распределения продолжительности ремонта. В соответствии с таблицей В.2

$$\text{MRT} = \exp\left(m + \frac{\sigma^2}{2}\right),$$

$$\text{VRT} = \exp(2m + 2\sigma^2) - \exp(2m + \sigma^2) = \text{MRT}^2 \cdot [\exp(\sigma^2) - 1].$$

Решение приведенных уравнений дает следующее:

$$m = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{\text{MRT}^4}{\text{VRT} + \text{MRT}^2}\right),\ \sigma^2 = \ln\left(\frac{\text{VRT} + \text{MRT}^2}{\text{MRT}^2}\right),$$

$$m = 0{,}37 \text{ и } \sigma^2 = 0{,}069.$$

На рисунке 48 показаны графики интенсивности ремонта с полученными значениями параметров в случае логарифмически нормального распределения продолжительности ремонта.

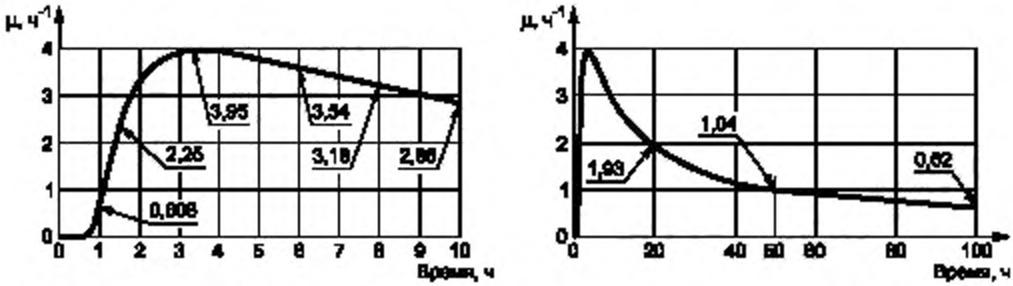


Рисунок 48 — График зависимости от времени $\mu(t)$ для логарифмически нормального распределения продолжительности ремонта

6.4.19 Средняя продолжительность ремонта

MRT (сокращение)

Приведенные ниже выражения справедливы также для IOI.

a) $\text{MRT} = \int_0^\infty t g(t)\mathrm{d}t = \int_0^\infty (1 - G(t))\mathrm{d}t,$

где $g(t)$ — плотность распределения продолжительности ремонта объекта;

$G(t)$ — функция распределения продолжительности ремонта объекта.

Примечание — Из определения продолжительности ремонта следует, что

$$\mathrm{MRT} = \mathrm{MACMT} - \mathrm{MTD},$$

где MTD — средняя продолжительность технических простоев;
MACMT — средняя продолжительность корректирующего технического обслуживания и ремонта.

b) Если имеются данные о продолжительности ремонта для n восстанавливаемых объектов из однородной совокупности, то оценка MRT имеет вид:

$$\widehat{\mathrm{MRT}} = \frac{\text{Общая продолжительность ремонта}}{k} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\text{продолжительность ремонта})_i}{k},$$

где «общая продолжительность ремонта» — совокупная продолжительность ремонта всех n объектов в течение данного периода времени; k — общее количество ремонтов объектов в течение данного периода времени «(продолжительность ремонта)$_i$» — продолжительность ремонта i-го объекта в течение данного периода времени;

c) Если продолжительность ремонта подчиняется экспоненциальному распределению с параметром μ, то

$$g(t) = \mu\exp(-\mu t),$$

$$\mathrm{MRT} = \frac{1}{\mu}.$$

d) Для восстанавливаемого объекта с $\mu = 1000$ (лет)$^{-1}$:

$$\mathrm{MRT} = \frac{1}{1000} = 0{,}001 \text{ года} \approx 8{,}76 \text{ ч}.$$

6.4.20 Средняя продолжительность корректирующего технического обслуживания и ремонта

MACMT (сокращение)

Приведенные ниже выражения справедливы также для IOI.

a) $\mathrm{MACMT} = \int_0^\infty (1 - G_{\mathrm{ACM}}(t))\mathrm{d}t = \int_0^\infty t g_{\mathrm{ACM}}(t)\mathrm{d}t,$

где $g_{\mathrm{ACM}}(t)$ — плотность распределения продолжительности корректирующего технического обслуживания и ремонта объекта (включая технические простои и продолжительность ремонта, но исключая продолжительность логистических и административных простоев), т. е. для малых значений Δt величина $g_{\mathrm{ACM}}(t) \cdot \Delta t$ приближенно равна вероятности того, что действия корректирующего технического обслуживания и ремонта объекта будут завершены в период времени $[t, t + \Delta t]$ при условии, что корректирующее техническое обслуживание начато в момент времени $t = 0$;

$G_{\mathrm{ACM}}(t)$ — функция распределения продолжительности корректирующего технического обслуживания и ремонта объекта, т. е. $G_{\mathrm{ACM}}(t)$ представляет собой вероятность того, что действия корректирующего технического обслуживания начаты в момент времени $t = 0$ и закончены в момент времени t:

$$G_{\mathrm{ACM}}(t) = \int_0^t g_{\mathrm{ACM}}(x)\mathrm{d}x.$$

Примечание — В соответствии с определением продолжительности корректирующего технического обслуживания и ремонта:

$$\mathrm{MACMT} = \mathrm{MRT} + \mathrm{MTD},$$

где MTD — средняя продолжительность технических простоев.

b) Если имеются данные о продолжительности корректирующего технического обслуживания и ремонта для n восстанавливаемых объектов из однородной совокупности, то оценка MACMT имеет вид:

$$\widehat{\text{MACMT}} = \frac{\text{Общая продолжительность КТО}}{k_{\text{ACM}}} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\text{продолжительность КТО})_i}{k_{\text{ACM}}},$$

где «общая продолжительность КТО» — совокупная продолжительность корректирующего технического обслуживания и ремонта всех n объектов за данный период времени;

k_{ACM} — общее количество объектов, на которых проведены корректирующее техническое обслуживание и ремонт за данный период времени;

«(продолжительность КТО)$_i$» — продолжительность корректирующего технического обслуживания и ремонта i-го объекта за данный период времени.

c) Если продолжительность корректирующего технического обслуживания и ремонта подчиняется экспоненциальному распределению с параметром μ_{ACM}, то

$$g_{\text{ACM}}(t) = \mu_{\text{ACM}}\exp(-\mu_{\text{ACM}}t),$$

тогда

$$\text{MACMT} = \frac{1}{\mu_{\text{ACM}}}.$$

d) Для восстанавливаемого объекта со средней продолжительностью технических простоев MTD = = 5 ч и средней продолжительностью ремонта MRT = 9 ч:

$$\text{MACMT} = 5 + 9 = 14 \text{ (ч)}.$$

6.4.21 Среднее время восстановления

MTTR (сокращение)

Приведенные ниже выражения справедливы также для IOI.

a) $$\text{MTTR} = \int_0^{\infty} t g_R(t)\,\mathrm{d}t,$$

где $g_R(t)$ — плотность распределения времени восстановления объекта, т. е. для малых значений Δt, величина $g_R(t)\cdot\Delta t$ приближенно равна вероятности того, что после отказа объект восстановлен до работоспособного состояния в течение периода времени $[t, t+\Delta t]$, при условии, что отказ произошел в момент времени $t = 0$.

Примечание — Среднее время восстановления (после отказа объекта) MTTR может быть записано как сумма математических ожиданий его составляющих (см. рисунок 2):

$$\text{MTTR} = \text{MFDT} + \text{MAD} + \text{MLD} + \text{MACMT} = \text{MFDT} + \text{MAD} + \text{MLD} + \text{MTD} + \text{MRT},$$

где MFDT — средняя продолжительность обнаружения отказа;

MAD — средняя продолжительность административных простоев;

MLD — средняя продолжительность логистических простоев;

MACMT — средняя продолжительность корректирующего технического обслуживания и ремонта

$$\text{MACMT} = \text{MTD} + \text{MRT},$$

где MTD — средняя продолжительность технических простоев; MRT — средняя продолжительность ремонта.

b) Если имеются данные о времени восстановления для n восстанавливаемых объектов из однородной совокупности, то оценка MTTR имеет вид:

$$\widehat{\text{MTTR}} = \frac{\text{Общее время восстановления}}{k_R} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\text{время восстановления})_i}{k_R},$$

где «общее время восстановления» — совокупное время восстановления всех n объектов за данный период времени; k_{R} — общее количество восстановлений за данный период времени; «(время восстановления)$_i$» — время восстановления i-го объекта за данный период времени.

c) Если время восстановления подчиняется экспоненциальному распределению, то

$$g_{\text{R}}(t) = \mu_{\text{R}}\exp(-\mu_{\text{R}}t),$$

где μ_R — постоянная интенсивность восстановлений, тогда:

$$\mathrm{MTTR} = \frac{1}{\mu_R}.$$

d) Для восстанавливаемого объекта с интенсивностью восстановлений μ_R = 100 (лет)$^{-1}$

$$\mathrm{MTTR} = \frac{1}{100} = 0{,}01 \text{ года} = 87{,}6 \text{ ч}.$$

6.4.22 Средняя продолжительность административных простоев

MAD (сокращение)

Приведенные ниже выражения справедливы также для IOI.

a) $\mathrm{MAD} = \int\limits_0^\infty t g_{\mathrm{AD}}(t) dt,$

где $g_{\mathrm{AD}}(t)$ — плотность распределения продолжительности административных простоев в течение времени восстановления отказавшего объекта, т. е. для малых значений Δt величина $g_{\mathrm{AD}}(t)\,\Delta t$ приближенно равна вероятности того, что простой заканчивается в течение периода времени $[t, t + \Delta t]$ при условии, что простой начался в момент времени t = 0.

b) Если имеются данные об административных простоях для n восстанавливаемых объектов из однородной совокупности, то оценка MAD имеет вид:

$$\widehat{\mathrm{MAD}} = \frac{\text{Общая продолжительность АП}}{k_{AD}} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(\text{продолжительность АП})_i}{k_{AD}},$$

где «общая продолжительность АП» — совокупная продолжительность административных простоев всех n объектов за данный период времени;

k_{AD} — общее количество административных простоев за данный период времени;

«(продолжительность АП)$_i$» — продолжительность административных простоев i-го объекта за данный период времени.

c) Если продолжительность административных простоев подчиняется экспоненциальному распределению с параметром μ_{AD}, т. е.

$$g_{\mathrm{AD}}(t) = \mu_{\mathrm{AD}}\exp(-\mu_{\mathrm{AD}}t),$$

тогда

$$\mathrm{MAD} = \frac{1}{\mu_{\mathrm{AD}}}.$$

d) Для восстанавливаемого объекта с μ_{AD} = 1000 (лет)$^{-1}$:

$$\mathrm{MAD} = \frac{1}{1000} = 0{,}001 \text{ лет} = 8{,}76 \text{ ч}.$$

6.4.23 Средняя продолжительность логистических простоев

MLD (сокращение)

Приведенные ниже выражения справедливы также для IOI.

a) $\mathrm{MLD} = \int\limits_0^\infty t g_{LD}(t) \mathrm{d}t,$

где $g_{\mathrm{LD}}(t)$ — плотность распределения продолжительности логистических простоев за период технического обслуживания и ремонта отказавшего объекта, т. е. для малых значений Δt величина $g_{\mathrm{LD}}(t) \cdot \Delta t$ приближенно равна вероятности того, что простой заканчивается в течение периода времени $[t, t + \Delta t]$ при условии, что простой начался в момент времени t = 0.

b) Если имеются данные о продолжительности логистических простоев для n восстанавливаемых объектов из однородной совокупности, то оценка MLD имеет вид:

$$\widehat{\mathrm{MLD}} = \frac{\text{Общая продолжительность ЛП}}{k_{LD}} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\text{продолжительность ЛП})_i}{k_{LD}},$$

где «общая продолжительность ЛП» — совокупная продолжительность логистических простоев всех n объектов за данный период времени;

k_{LD} — общее количество логистических простоев за данный период времени;

«(продолжительность ЛП)$_i$» — продолжительность логистических простоев i-го объекта за данный период времени.

c) Если продолжительность логистических простоев подчиняется экспоненциальному распределению с параметром μ_{LD}, т. е.

$$g_{LD}(t) = \mu_{LD}\exp(-\mu_{LD}t),$$

тогда

$$\mathrm{MLD} = \frac{1}{\mu_{LD}}.$$

d) Для восстанавливаемого объекта с μ_{LD} = 1000 (лет)$^{-1}$

$$\mathrm{MLD} = \frac{1}{1000} = 0{,}01 \text{ (года)} = 8{,}76 \text{ ч}.$$

Приложение А
(справочное)

Особенности показателей и их вероятностные характеристики

Основные показатели надежности, особенности их описания и вероятностные характеристики приведены на рисунке А.1.

Примечания

1 Прямые взаимосвязи между колонками отсутствуют.

2 Математические действия со случайными величинами позволяют получить выражения для основных показателей надежности. Дополнительные свойства и модификации позволяют получить конкретные показатели.

Рисунок А.1 — Показатели и их вероятностные характеристики

Приложение В
(справочное)

Показатели, связанные с наработкой до отказа

Показатели, связанные с наработкой до отказа, приведены в таблицах В.1 и В.2. Показатели, связанные с временем ремонта, приведены в таблице В.3.

Таблица В.1 — Взаимосвязь показателей, связанных с наработкой до отказа для объектов непрерывного длительного применения

Показатель	Взаимосвязь с другими показателями			
	$F(t)$	$f(t)$	$R(t)$	$\lambda(t)$
$F(t)$		$\frac{dF(t)}{dt}$	$1 - F(t)$	$\frac{1}{1-F(t)}\frac{dF(t)}{dt}$
$f(t)$	$\int_0^t f(x)dx$	—	$\int_t^\infty f(x)dx$	$\frac{f(t)}{\int_t^\infty f(x)dx}$
$R(t)$	$1 - R(t)$	$-\frac{dR(t)}{dt}$	—	$-\frac{1}{R(t)}\frac{dR(t)}{dt}$
$\lambda(t)$	$1-\exp\left(-\int_0^t \lambda(x)dx\right)$	$\lambda(t)\exp\left(-\int_0^t \lambda(x)dx\right)$	$\exp\left(-\int_0^t \lambda(x)dx\right)$	—
Примечание — Аналогичные соотношения сохраняются для всех показателей и случайных величин, например, наработки до первого отказа, продолжительности работоспособного состояния, продолжительности неработоспособного состояния, времени восстановления, продолжительности корректирующего технического обслуживания, продолжительности ремонта.				

Таблица В.2 — Характеристика некоторых распределений наработки до отказа объектов непрерывного длительного применения

Распределение	Область изменения параметров распределения	Плотность распределения $f(t)$	Вероятность безотказной работы $R(t)$	Интенсивность отказов $\lambda(t)$	Математическое ожидание MTTF	Дисперсия
Экспоненциальное	$\lambda > 0$ $t \geq 0$	$\lambda\exp(-\lambda t)$	$\exp(-\lambda t)$	λ	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
Вейбулла	$\alpha > 0, \beta > 0$ $t \geq 0$	$\beta\alpha(\alpha t)^{\beta-1}\exp(-\alpha t)^{\beta})$	$\exp(-(\alpha t)^{\beta})$	$\beta\,\alpha(\alpha t)^{\beta-1}$	$\frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)}{\alpha}$	$\frac{1}{\alpha^2}\left(\Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right)\right)-$ $-\Gamma^2\left(1+\frac{1}{\beta}\right)$
Гамма	$\alpha > 0, \beta > 0$ $t \geq 0$	$\frac{\alpha(\alpha t)^{\beta-1}}{\Gamma(\beta)}\exp(-\alpha t)$	$\int_t^\infty f(u)du$	$\frac{f(t)}{R(t)}$	$\frac{\beta}{\alpha}$	$\frac{\beta}{\alpha^2}$
Эрланга	$\lambda > 0$ $k \in \{1, 2,...\}$ $t \geq 0$	$\frac{\lambda(\lambda t)^{k-1}}{(k-1)!}\exp(-\lambda t)$	$\exp(-\lambda t)\sum_{i=0}^{k-1}\frac{(\lambda t)^i}{i!}$	$\frac{f(t)}{R(t)}$	$\frac{k}{\lambda}$	$\frac{k}{\lambda^2}$

Окончание таблицы В.2

Распределение	Область изменения параметров распределения	Плотность распределения $f(t)$	Вероятность безотказной работы $R(t)$	Интенсивность отказов $\lambda(t)$	Математическое ожидание MTTF	Дисперсия
Релея	$k \in \{1, 2, \ldots\}$ $t \geq 0$	$kt\exp\left(-\frac{kt^2}{2}\right)$	$\exp\left(-\frac{kt^2}{2}\right)$	kt	$\sqrt{\frac{\pi}{2k}}$	$\frac{2}{k}\left(1-\frac{\pi}{4}\right)$
Логнормальное	$-\infty < m < +\infty$ $\sigma > 0,$ $t > 0$	$\frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{(\ln t - m)^2}{2\sigma^2}\right)$	$\int_t^\infty f(u)du$	$\frac{f(t)}{R(t)}$	$\exp\left(m+\frac{\sigma^2}{2}\right)$	$\exp(2m+2\sigma^2)$ $-\exp(2m+\sigma^2)$

Таблица В.3 — Характеристика некоторых распределений времени ремонта

Распределение	Область значений параметров распределения	Плотность распределения $g(t)$	Вероятность восстановления $M(t)$	Интенсивность ремонтов $\mu(t)$	Математическое ожидание MRT	Дисперсия
Детерминистическое	$t \geq 0$	$\delta(t-\theta)$ $\theta \geq 0$	$M(t)=\begin{cases}0 \text{ для } t<\theta\\ 1 \text{ для } t \geq \theta\end{cases}$	NA	θ	0
Экспоненциальное	$\mu > 0$ $t \geq 0$	$\mu\exp(-\mu t)$	$1-\exp(-\mu t)$	μ	$\frac{1}{\mu}$	$\frac{1}{\mu^2}$
Логнормальное	$-\infty < m < +\infty$ $\sigma > 0, t > 0$	$\frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{(\ln t - m)^2}{2\sigma^2}\right)$	$\int_0^t g(u)du$	$\frac{g(t)}{1-M(t)}$	$\exp\left(m+\frac{\sigma^2}{2}\right)$	$\exp(2m+2\sigma^2)$ $-\exp(2m+\sigma^2)$

Приложение С
(справочное)

Сопоставление некоторых показателей надежности для объектов непрерывного длительного применения

Сопоставление некоторых показателей надежности для объектов непрерывного длительного применения приведено в таблице С.1.

Т а б л и ц а С.1 — Сопоставление некоторых показателей надежности для объектов непрерывного длительного применения с постоянными интенсивностью отказов λ и интенсивностью восстановлений μ_R

Показатель	Невосстанавливаемый объект ($\mu_R = 0$)	Восстанавливаемый объект, время восстановления которого	
		равно нулю ($\mu_R \to \infty$)	не равно нулю ($0 < \mu_R < \infty$)
Вероятность безотказной работы $R(t) = R(0, t)$	$\exp(-\lambda t)$	$\exp(-\lambda t)$	$\exp(-\lambda t)$
Вероятность безотказной работы $R(t_1, t_2)$	$\exp(-\lambda t_2)$	$\exp(-\lambda\cdot(t_2 - t_1))$	$\left(\frac{\mu_R}{\lambda+\mu_R}+\frac{\lambda}{\lambda+\mu_R}\exp[-(\lambda+\mu_R)t_1]\right)\exp[-\lambda\cdot(t_2-t_1)]$
Среднее время до отказа MTTF	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda}$
Средняя наработка между отказами MOTBF		$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda}$
Среднее время между отказами METBF	NA	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\mu_R}$
Мгновенный параметр потока отказов $z(t)$	$\lambda\exp(-\lambda t)$	λ	$\frac{\lambda\mu_R}{\lambda+\mu_R}+\frac{\lambda^2}{\lambda+\mu_R}\exp[-(\lambda+\mu_R)t]$
Асимптотический параметр потока отказов $z(\infty)$	0	λ	$\frac{\lambda\mu_R}{\lambda+\mu_R}$
Средний параметр потока отказов $\overline{z}(t_1, t_2)$	$\frac{\exp(-\lambda t_1)-\exp(-\lambda t_2)}{t_2-t_1}$	λ	$\frac{\lambda\mu_R}{\lambda+\mu_R}+\frac{\lambda^2}{(\lambda+\mu_R)^2}\frac{\exp[-(\lambda+\mu_R)t_1]-\exp[-(\lambda+\mu_R)t_2]}{t_2-t_1}$
Мгновенный коэффициент готовности $A(t)$	$\exp(-\lambda t)$	1	$\frac{\mu_R}{\lambda+\mu_R}+\frac{\lambda}{(\lambda+\mu_R)}\exp[-(\lambda+\mu_R)t]$
Средний коэффициент готовности $\bar{A}(t_1, t_2)$	$\frac{\exp(-\lambda t_1)-\exp(-\lambda t_2)}{\lambda\cdot(t_2-t_1)}$	1	$\frac{\mu_R}{\lambda+\mu_R}+\frac{\lambda}{(\lambda+\mu_R)^2}\frac{\exp[-(\lambda+\mu_R)t_1]-\exp[-(\lambda+\mu_R)t_2]}{t_2-t_1}$
Асимптотический коэффициент готовности A	0	1	$\frac{\mu_R}{\lambda+\mu_R}$
Мгновенный коэффициент неготовности $U(t)$	$1-\exp(-\lambda t)$	0	$\frac{\lambda}{\lambda+\mu_R}(1-\exp[-(\lambda+\mu_R)t]$
Средний коэффициент неготовности $\overline{U}(t_1, t_2)$	$1-\frac{\exp(-\lambda t_1)-\exp(-\lambda t_2)}{\lambda\cdot(t_2-t_1)}$	0	$\frac{\lambda}{\lambda+\mu_R}-\frac{\lambda^2}{(\lambda+\mu_R)^2}\frac{\exp[-(\lambda+\mu_R)t_1]-\exp[-(\lambda+\mu_R)t_2]}{t_2-t_1}$

Окончание таблицы С.1

Показатель	Невосстанавливаемый объект ($\mu_R = 0$)	Восстанавливаемый объект, время восстановления которого	
		равно нулю ($\mu_R = \infty$)	не равно нулю ($0 < \mu_R < \infty$)
Асимптотический коэффициент неготовности *U*	1	0	$\frac{\lambda}{\lambda + \mu_R}$

Приложение ДА
(справочное)

Сведения о соответствии ссылочных национальных стандартов международным стандартам, использованным в качестве ссылочных в примененном международном стандарте

Таблица ДА.1

Обозначение ссылочного национального, межгосударственного стандарта	Степень соответствия	Обозначение и наименование соответствующего международного стандарта
ГОСТ Р 27.302—2009	NEQ	IEC 61025:2006 «Анализ дерева неисправностей (FTA)»
ГОСТ Р ИСО 3534-1—2019	IDT	ISO 3534-1:2006 «Статистика. Словарь и условные обозначения. Часть 1. Общие статистические термины и термины, используемые в теории вероятностей»
ГОСТ Р 51901.14—2007 (МЭК 61078:2006)	MOD	IEC 61078:2006 «Методы анализа надежности систем. Структурная схема надежности и булевы методы»
ГОСТ Р МЭК 61165—2019	IDT	IEC 61165:2006 «Применение марковских методов»
ГОСТ Р МЭК 61508-1—2012	IDT	IEC 61508-1:2010 «Функциональная безопасность систем электрических, электронных, программируемых электронных, связанных с безопасностью. Часть 1. Общие требования»
ГОСТ Р МЭК 61508-2—2012	IDT	IEC 61508-2:2010 «Функциональная безопасность систем электрических, электронных, программируемых электронных, связанных с безопасностью. Часть 2. Требования к системам»
ГОСТ Р МЭК 61508-3—2012	IDT	IEC 61508-3:2010 «Функциональная безопасность систем электрических, электронных, программируемых электронных, связанных с безопасностью. Часть 3. Требования к программному обеспечению»
ГОСТ Р МЭК 61508-4—2012	IDT	IEC 61508-4:2010 «Функциональная безопасность систем электрических, электронных, программируемых электронных, связанных с безопасностью. Часть 4. Термины и определения»
ГОСТ Р МЭК 61508-5—2012	IDT	IEC 61508-5:2010 «Функциональная безопасность систем электрических, электронных, программируемых электронных, связанных с безопасностью. Часть 5. Рекомендации по применению методов определения уровней полноты безопасности»
ГОСТ Р МЭК 61508-6—2012	IDT	IEC 61508-6:2010 «Функциональная безопасность систем электрических, электронных, программируемых электронных, связанных с безопасностью. Часть 6. Руководство по применению ГОСТ Р МЭК 61508-2 и ГОСТ Р МЭК 61508-3»
ГОСТ Р МЭК 61508-7—2012	IDT	IEC 61508-7:2010 «Функциональная безопасность систем электрических, электронных, программируемых электронных, связанных с безопасностью. Часть 7. Методы и средства»
ГОСТ Р МЭК 61511-1—2018	IDT	IEC 61511-1:2016 «Безопасность функциональная. Системы безопасности приборные для промышленных процессов. Часть 1. Термины, определения и технические требования»
ГОСТ Р МЭК 61511-2—2018	IDT	IEC 61511-2:2016 «Безопасность функциональная. Системы безопасности приборные для промышленных процессов. Часть 2. Руководство по применению МЭК 61511-1»

Окончание таблицы ДА.1

Обозначение ссылочного национального, межгосударственного стандарта	Степень соответствия	Обозначение и наименование соответствующего международного стандарта
ГОСТ Р МЭК 61511-3—2018	IDT	IEC 61511-3:2016 «Безопасность функциональная. Системы безопасности приборные для промышленных процессов. Часть 3. Руководство по определению требуемых уровней полноты безопасности»
Примечание — В настоящей таблице использованы следующие условные обозначения степени соответствия стандартов: IDT — идентичные стандарты; MOD — модифицированные стандарты; NEQ — неэквивалентные стандарты.		

Библиография

[1] Ascher H. R., Feingold H., Repairable System Reliability: Modeling, Inference, Misconceptions and Their Causes, New York, Marcel Dekker, 1984

[2] Barlow R.E., Proschan F., Mathematical Theory of Reliability, New York, Wiley,1965. Reprinted: Philadelphia, SIAM, 1996

[3] Beichelt F., Franken P., Zuverlassigkeit und Instandhaltung: mathematische Methoden, Berlin, VEB Verlag Technik, 1985

[4] Birolini A., Reliability Engineering. Theory and Practice, Seventh Edition, Berlin, Springer-Verlag, 2014

[5] Gnedenko B.V., Belyayev Y.K., Solovyew, A.D., Mathematical Methods of Reliability Theory, New York, Academic Press, 1969

[6] Henley E.J., Kumamoto H., Reliability Engineering and Risk Assessment, Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1981

[7] Villemeur A., Reliability, Availability, Maintainability and Safety Assessment, Volume 1, Methods and Techniques, Chichester, UK, Wiley, 1992

[8] Cocozza-Thivent C., Processus stochastiques et fiabilite des systemes, Collection Mathematiques et Applications, № 28, Berlin, Springer-Verlag, 1997

[9] Cox D.R., Renewal Theory, London, Methuen & Co. Ltd, 1962. Reprinted: Chapman & Hall, London, 1982

[10] Heyman D.P., Sobel M.J., Stochastic Models in Operations Research, Volume I, Stochastic Processes and Operating Characteristics, New York, McGraw-Hill, 1982. Reprinted: Mineola, NY, Dover, 2004

[11] Ross S.M., Stochastic Processes, Second Edition, New York, Wiley, 1996

[12] Alsmeyer G., Erneuerungstheorie. Analyse stochastischer Regenerationsschemata, Stuttgart, B.G. Teubner, 1991

[13] Asmussen S., Applied Probability and Queues, Second Edition, New York, Springer-Verlag, 2003

[14] Feller W., An Introduction to Probability Theory and Its Applications, Volume II, Second Edition, New York, Wiley, 1971

[15] Resnick S., Adventures in Stochastic Processes, Boston, Birkhauser, 1992 (4th printing, 2005)

[16] Florescu I., Probability and Stochastic Processes, Hoboken, NJ, John Wiley & Sons, Inc., 2015

[17] Mitov K.V., Omey E., Renewal Processes, Series: SpringerBriefs in Statistics, Cham (Switzerland), Springer, 2014

[18] IEC 60050-192:2015, International electrotechnical vocabulary — Part 192: Dependability (available at http://www.electropedia.org)

[19] Vesely W. E., A time-dependent methodology for fault tree evaluation, Nuclear Engineering and Design, 1970, Vol. 13, No. 2, pp. 337—360

[20] Barlow R.E., Proschan, F., Statistical Theory of Reliability and Life Testing: Probabilistic Models, New York, Holt, Rinehart and Winston, 1975. Reprinted with corrections: Silver Spring, MD, 1981

[21] Lisnianski A., Frenkel I., Ding Y., Multi-state System Reliability Analysis and Optimization for Engineers and Industrial Managers, London, Springer-Verlag, 2010

[22] Aven T., Jensen U., Stochastic models in reliability, Second Edition, New York, Springer-Verlag, 2013

[23] Aven T., Reliability and Risk Analysis, London, Elsevier Applied Science, 1992

УДК 658.562.012.7:65.012.122:006.354 ОКС 03.120.30; 21.020

Ключевые слова: безотказность, готовность, ремонтопригодность, техническое обслуживание и ремонт, невосстанавливаемый объект, восстанавливаемый объект, система, структурная схема надежности, марковский процесс, случайная величина, функция распределения, показатель надежности

БЗ 10—2019/63

Редактор *Л.В. Коретникова*
Технический редактор *И.Е. Черепкова*
Корректор *М.В. Бучная*
Компьютерная верстка *Е.О. Асташина*

Сдано в набор 17.09.2019. Подписано в печать 23.12.2019. Формат 60×84 $^{1}/_{8}$. Гарнитура Ариал.
Усл. печ. л. 9,77. Уч.-изд. л. 8,84.
Подготовлено на основе электронной версии, предоставленной разработчиком стандарта

Создано в единичном исполнении во ФГУП «СТАНДАРТИНФОРМ» для комплектования Федерального информационного фонда стандартов, 117418 Москва, Нахимовский пр-т, д. 31, к. 2.
www.gostinfo.ru info@gostinfo.ru